

[1 a - 5]

Calculation of the gain and the diffraction loss in the optical resonator for the far-infrared free electron laser at ISIR, Osaka University

Nakajima Y., Kato R. and Isoyama G.

Institute of Scientific and Industrial Research, Osaka University
8-1 Mihogaoka, Ibaraki, Osaka 567, Japan.

Abstract

The wiggler used for the free electron laser (FEL) at ISIR, Osaka University has been remodeled so that the magnet gap can be changed continuously from 30 to 120mm. As a result, the deflection parameter is variable from $K=1.43$ to 0.01. The FEL gain and the diffraction loss due to the narrow vacuum chamber for the wiggler have been calculated. It is found that the gain for the fundamental peak has a maximum value at $K \sim 1.3$ independently of the wavelength and it is 270% at $150 \mu\text{m}$. The diffraction loss increases rapidly as the wavelength becomes longer than $100 \mu\text{m}$. It is 22% at $150 \mu\text{m}$.

阪大産研遠赤外自由電子レーザーの増幅率と共振器内での回折損失の計算

1 はじめに

大阪大学産業科学研究所附属放射線実験所のLバンド電子線形加速器 (Lバンドライナック) を用いて遠赤外領域における自由電子レーザー (FEL) の開発研究を行っている。平成6年3月に波長 $40 \mu\text{m}$ で最初の発振に成功した^[1]。そのときの電子ビームのエネルギーは $17 \sim 19 \text{MeV}$ である。ウィグラーのギャップ間隔は 44mm に固定されており、 K 値は 0.7 であった。次の段階として、FELの発振波長領域を特に長波長側に広げるため、ギャップ間隔を $30 \sim 120 \text{mm}$ の範囲で連続的に変えられるようにウィグラーを改造した。そこで、ウィグラーの K 値を変えたときに期待できるFELの発振波長領域とその増幅率を小信号・低ゲイン域での増幅率の式を用いて評価した。また、長波長側で発振させるときにはウィグラーの真空チェンバーでの光の回折損失が大きくなると思われるので、これをFoxとLiの理論を用いて評価した。

2 発振波長

FELの発振波長 λ_n はウィグラーの周期長 λ_w 、 K 値及び静止質量を単位に計った電子エネルギー $\gamma = E_{\text{total}}/m_0c^2$ 用いて以下の式で近似的に与えられる。

$$\lambda_n \approx \frac{\lambda_w}{2n\gamma^2} (1 + K^2) \quad (1)$$

ここで、 n は高調波の次数である。我々の装置における各々のパラメータの範囲は表1に示すように電子ビームのエネルギー $E = 10 \sim 25 \text{MeV}$ 、 K 値 $K = 0.01 \sim 1.47$ である。このときの発振波長領域を図1に示す。点線が $K = 0.01$ (ギャップ間隔 = 120mm)、実線が $K = 1.47$ (30mm) での関係を表している。従って、基本波でおよそ $25 \sim 150 \mu\text{m}$ の発振が期待できることが分かった。

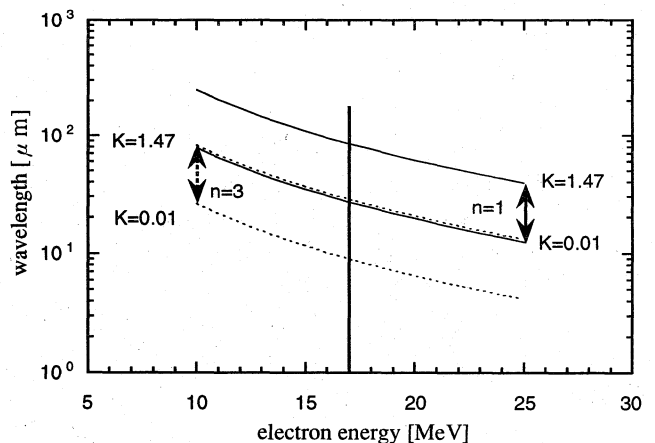


図1. 電子ビームのエネルギーと発振波長との関係

3 増幅率

ウイグラーでの自発放射の強度スペクトルよりMadeyの定理を用いて求められる小信号かつ低ゲイン領域におけるn次の高調波のFELゲインは、以下の式で与えられる[2]。

$$G_n = -g_n \left(\frac{\pi}{n} \right) \frac{d}{dV} \left[\frac{\sin(n v_n / 2)}{n v_n / 2} \right]_{n=1,3,5,\dots}^2 \quad (2)$$

$$g_n = \frac{4\pi}{\gamma} \frac{\lambda_n L}{\Sigma_E} \frac{I}{I_A} f F_n(\xi) \left(\frac{\Delta\omega}{\omega} \right)_{n=1}^{-2} \quad (3)$$

$$v_n = \pi \left(\frac{\omega_n - \omega}{\omega_n} \right) / \left(\frac{\Delta\omega}{\omega} \right)_{n=1} \quad (4)$$

ここで、Iは電子ビームのピーク電流、 $I_A = 17.04 \text{ kA}$ はAlfvén current、 $L = N \lambda_w$ はウイグラーの全長である。 Σ_E は電子ビームの断面積で規格化エミッタンス ϵ_N を用いて表すと $\Sigma_E = 2\pi \beta \epsilon_N / \gamma$ となる。ここで、 β はベータトロン関数である。 λ_n と ω_n はn次高調波の波長及び角振動数である。

$(\Delta\omega/\omega)_{n=1}$ は自発放射の基本波のバンド幅であり、homogeneous broadeningだけを考えたと1/2Nに等しい。 f は電子ビームとレーザービームの横方向の重なりを量でfilling factorと呼ばれる。レーザービームのウェストサイズを W_0 とおくと $f = 1/[1 + (W_0/2\sigma)^2]$ で表される。 $F_n(\xi)$ はウイグラーの自発放射の輝度関数で第1種ベッセル関数を用いて

$$F_n(\xi) = n^2 \xi \left[J_{\frac{n+1}{2}}(n\xi) - J_{\frac{n-1}{2}}(n\xi) \right]^2 \quad (5)$$

$$\xi = \frac{1}{2} \frac{K^2}{1 + K^2} \quad (6)$$

で与えられる。

これらの式から得られた基本波に対するFEL発振波長と増幅率の関係を図2に示す。レーザー波長に依存せずK値が1.3前後のときに最大の増幅率が得られることが分かった。このときの増幅率は改造前(K~0.7)のおよそ1.5倍の値を持つ。また、レーザー波長150 μm では増幅率は270%にまで達する。

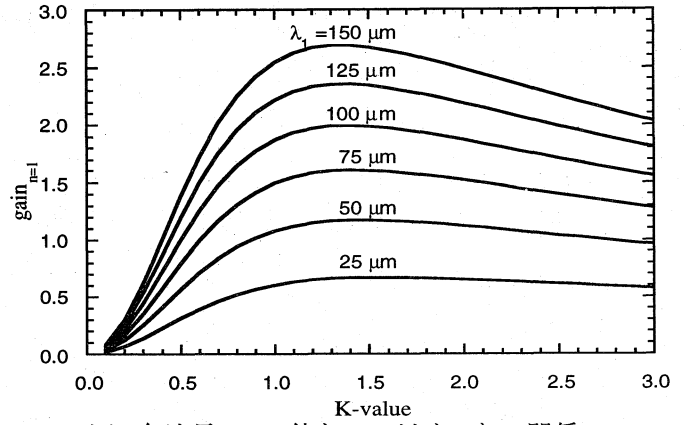


図2.各波長でのK値とFELゲインとの関係

表1.産研Lバンドライナックの主なパラメータ

電子ビーム	
エネルギー	E = 17~19 MeV
最大電流	I = 50 A
規格化エミッタンス	$\epsilon_N = 200\pi \text{ mm} \cdot \text{mrad}$
ベータトロン関数	$\beta = 1.0 \text{ m}$
ビームサイズ	$\sigma = 2.4 \text{ mm}$
ウイグラー	
周期長	$\lambda_u = 6.0 \text{ cm}$
周期数	N = 32
全長	L = 1.92 m
ギャップ間隔	g = 30~120 mm
ウェストサイズ	$W_0 = 3.4 \text{ mm}$

3 回折損失

光共振器内での光の回折損失については、FoxとLiにより詳しく研究されている[3]。我々の装置ではウイグラーの真空チャンバーの部分が最も径が小さいのでこの真空チャンバーによる回折損失を取り入れるために図3に示すモデルを用いた。ここで、方形アパチャーの形状と寸法はウイグラー用真空チャンバーの断面に等しく、2ヶ所の方形アパチャー間の距離は真空チャンバーの距離に等しい。それぞれの光学素子間の光の伝播は次の3つの場合に分けることができる。

(i) 円形球面鏡(半径a, 曲率半径 ρ_i) → 方形アパチャー(2b×2c)への積分

$$U_{\text{rect}}(x, y) = \frac{j}{2\lambda} \iint_{\Sigma_{\text{cir}}} U_{\text{cir}}(r, \phi) \frac{e^{-jkR}}{R} \left(1 + \frac{d_i}{R} \right) r \, dr \, d\phi \quad (7)$$

ここで λ はレーザー光の波長、 $k = 2\pi/\lambda$ は波数である。 d_i は光学素子間の距離であ

り、 R は光学素子上の座標間の距離で以下の式で与えられる。

$$R = \sqrt{(x - r \cos \phi)^2 + (y - r \sin \phi)^2 + (d_i - r^2/2\rho_i)^2} \quad (8)$$

(ii) 方形アパチャー(2b×2c)→円形球面鏡(半径 a, 曲率半径 ρ_i)への積分

$$U_{\text{cir}}(r, \phi) = \frac{j}{2\lambda} \iint_{\Sigma_{\text{rect}}} U_{\text{rect}}(x, y) \frac{e^{-jkR}}{R} \left(1 + \frac{d_i}{R}\right) dx dy \quad (9)$$

R は(i)と同じ

(iii) 方形アパチャー1(2b×2c)→方形アパチャー2(2b×2c)への積分

$$U_{\text{rect}}(x_2, y_2) = \frac{j}{2\lambda} \iint_{\Sigma_{\text{rect}}} U_{\text{rect}}(x_1, y_1) \frac{e^{-jkR}}{R} \left(1 + \frac{d_i}{R}\right) dx dy \quad (10)$$

$$R = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + d_i^2} \quad (11)$$

上の式を用いて共振器内を多数回往復した後の電磁波の分布を計算すると共振器の固有モードが求まる。このとき共振器1往復あたりのパワーの損失を回折損失と定義して計算する。計算で求めたレーザー波長と回折損失の関係を図4に示す。共振器内での回折損失の効果は波長が100 μm を越えたあたりから顕著になり150 μm のときでおよそ22%と予想される。

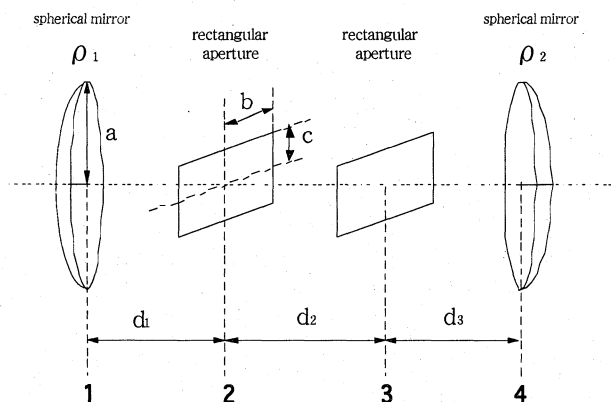


図3. 回折損失の計算に用いた共振器の模式図。

$R_1=3384.0, R_2=2763.0, a=60.0, b=21.0,$
 $c=12.5, d_1=2075.0, d_2=2080.0, d_3=1377.0$
 単位: [mm]

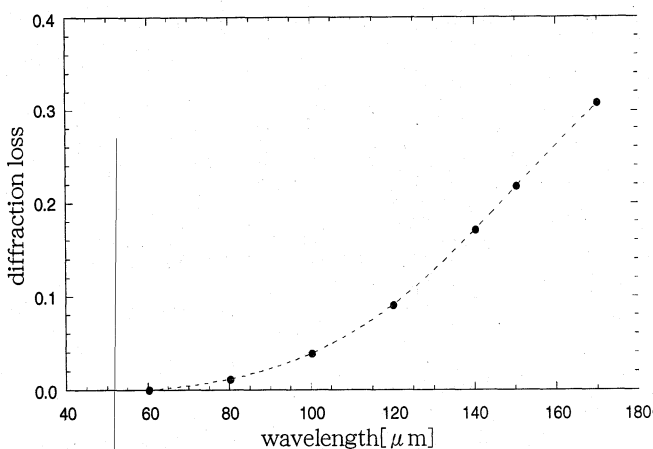


図4. レーザー波長と回折損失との関係

4 まとめ

ウィグラーの改造に伴い産研遠赤外自由電子レーザーの発振波長領域と増幅率を計算した。電子ビームのエネルギーを $E=10\sim 25\text{MeV}$ の範囲で変えると共にウィグラーの K 値を最大1.47まで変化させると、波長範囲25~150 μm のレーザー光が得られることが分かった。また、レーザー波長には依らず、FELの増幅率は、 $K=1.3$ 付近で最大値を取ることが分かった。このとき改造前よりも1.5倍ほど高いゲインが期待でき、レーザー波長150 μm では増幅率は270%に達する。しかし、波長が長くなると回折損失も大きくなり、100 μm を越えると回折効果による損失も考慮に入れる必要があることが明らかになった。

5 参考文献

- [1] S.Okuda, S.Ishida, G.Isoyama, Y.Honda and R.Kato, Nucl.Instr.and Meth.A375 (1995) p.329.
- [2] G.Dattori and A.Renieri, in:Laser Handbook Vol.4, eds.M.L.Stitch and M.Bass (North-Holland, Amsterdam,1985) p.25.
- [3] A.G.Fox and T.Li, The Bell System Technical Journal 40 (1961) p.453.