

BEAM PHYSICS IN THE FREE-ELECTRON LASER

Yoshiharu Torizuka

Atomic Energy Research Institute, Nihon University,
Narashinodai, Funabashi, 274 Japan

Abstract

In this manuscript the presence of coherent undulator radiation has been investigated. The power of this radiation is described by the squared number of electrons in the micropulse, squared form factor depending on the electron distribution and undulator radiation emitted from a single electron. The form factor performs an essential role to explain details of the buildup process, gain and others. There may be two steps in the buildup process of the coherent radiation. The first step corresponds to the region below 1MW in the optical power. The gain is characterized to be constant and contributed by the surface oscillation of phase space. We have obtained the same results from both the analytical calculation and numerical integration. On the second step the saturation starts and electrons are captured into the sepsratrix. Then, the gain may be contributed by the rotation of the electron assembly in phase space. We have attempted to explain coherent radiation from the basic mechanism of the interaction between collective motions of electrons and coherent character of radiation. Then, we have found something new.

自由電子レーザーにおけるビーム物理学

1 序論

Motz¹⁾は1951年に、電子群が、輻射する電磁波より短くバンチされると、強いコヒーレント光が発生すると述べている。これが今日の自由電子レーザーの基本に関係している。Saxon等²⁾は、1954年に、 n 個の電子によるシンクロトロン放射は、

$$P(k) = (n + n^2 |F(k)|^2) p_1(k) \quad (1)$$

$$F(k) = \int \rho(z) e^{-ikz} dz \quad (2)$$

$$\int \rho(z) dz = 1 \quad (3)$$

で表される事を示した。(1)式の右辺の n に比例する項はインコヒーレント放射の、 n^2 の項はコヒーレントな放射を示す。 $F(k)$ は形状因子で、(3)式で規格化された電子分布 $\rho(z)$ のフーリエ変換で表される。(1)式の $p_1(k)$ は1電子の放射する波数 $k=2\pi/\lambda$ のパワーである。コヒーレントなシンクロトロン放射は1989年に東北大学の電子リニアックのバンチしたビームを用いて初めて観測された。^{3), 4)}

自由電子レーザーは、周期磁場を発生し電子を蛇行させるアンジュレータと光のパワーを蓄積する対のミラー

の光共振器から構成されている。自由電子レーザーを通過する電子の分布は、位相とエネルギーの正準方程式の解として得られる。それをフーリエ変換すると、アンジュレータの経路に沿って振動している形状因子が得られる。その放射パワー ΔP は、

$$\Delta P = n^2 \langle F(k) \rangle^2 p_1 \quad (4)$$

である。 n は入射マイクロパルス中の電子数、 p_1 はアンジュレータのパラメータで決まる1電子のパワー、 $\langle F(k) \rangle$ はアンジュレータの経路に沿って平均した形状因子である。ゲイン G は、

$$G = \frac{\Delta P}{P} = \frac{n^2 \langle F(k) \rangle^2 p_1}{P} \quad (5)$$

で与えられる。ここで P は光共振器に蓄積された光パワーである。

II 位相振動の解析

ここでは自由電子レーザーに入射された電子の位相振動について議論する。エネルギーはローレンツ項 γ で表し、入射エネルギー γ_0 はレゾナンスエネルギー γ_r に等しいとする。位相空間における1電子のエネルギー

γ と位相 ψ は次の式で与えられる。

$$\frac{d\gamma}{dt} = -\frac{e^2 B_0 E_l \lambda_0}{4\pi \gamma m_0^2 c^2} f(K) \sin \psi \quad (6)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \omega_0 \left(1 - \frac{\gamma_r^2}{\gamma^2}\right) \quad (7)$$

$$f(K) = J_0 \left(\frac{K^2}{2(1+K^2)} \right) - J_1 \left(\frac{K^2}{2(1+K^2)} \right) \quad (8)$$

$$K = \frac{e \lambda_0 B_0}{2\sqrt{2} \pi m_0 c} \quad (9)$$

ここで e と m_0 はそれぞれ電子の電荷と静止質量である。 c は光速、 B_0 はアンジュレータのピーク磁場、 E_l は光キャビティの電場、 λ_0 はアンジュレータの周期、 ω_0 は $(2\pi/\lambda)c$ 、 J_n は次数 n のベッセル関数である。

$\gamma = \gamma_r$ とすると(7)式から

$$\frac{d\psi}{dt} = 2\omega_0 \frac{\gamma - \gamma_r}{\gamma_r} = 2\omega_0 \frac{\Delta\gamma}{\gamma_r} \quad (10)$$

そこで、(6)と(10)式から次の振り子の式が得られる。⁵⁾

$$\frac{d^2\psi}{dt^2} + \Gamma^2 \sin \psi = 0 \quad (11)$$

$$\Gamma^2 = \frac{e^2 E_l B_0}{\gamma_r^2 m_0^2 c} f(K) \quad (12)$$

(11)式は次のように積分される。

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\psi}{dt} \right)^2 - \Gamma^2 \cos \psi = C_1 \quad (13)$$

$$\sqrt{2} \left(\frac{\omega_0}{\Gamma} \right) \frac{\Delta\gamma}{\gamma_r} = \pm \sqrt{C_0 + \cos \psi} \quad (14)$$

(14)式において、もし $\psi = \pm\pi$ 、 $\Delta\gamma/\gamma_r = 0$ ならば $C_0 = 1$ である。(14)式は

$$\frac{\Delta\gamma}{\gamma_r} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\Gamma}{\omega_0} \right) \sqrt{1 + \cos \psi} \quad (15)$$

(15)式はセパトリクスと呼ばれ安定領域と不安定領域を分ける。もし $\psi = 0$ ならば $\Delta\gamma/\gamma_r$ は最大値をとり

$$\left(\frac{\Delta\gamma}{\gamma_r} \right)_{\max} = \frac{\Gamma}{\omega_0} \quad (16)$$

(6)と(10)式は次のハミルトニアンから正準方程式により導かれる。

$$H = \frac{\omega_0}{\gamma_r} (\Delta\gamma)^2 + J(\psi) \quad (17)$$

$$J(\psi) = -\frac{\gamma_r}{2\omega_0} \Gamma^2 \cos \psi \quad (18)$$

ここで $(\Delta\gamma/\gamma_r)_{\text{beam}} > \Gamma/\omega_0$ の場合について解析的に形状因子が計算できることを示そう。 $\Delta\gamma/\gamma_r$ は(17)と(18)式から

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\gamma}{\gamma_r} &= \sqrt{\frac{H}{\gamma_r \omega_0} + \frac{1}{2} \left(\frac{\Gamma}{\omega_0} \right)^2 \cos \psi} \\ &\equiv \sqrt{\frac{H}{\gamma_r \omega_0} + \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\gamma_r \omega_0}{H}} \left(\frac{\Gamma}{\omega_0} \right)^2 \cos \psi} \end{aligned} \quad (19)$$

と得られる。一方、位相空間の面積は(19)式から

$$4 \int_0^\pi \frac{\Delta\gamma}{\gamma_r} d\psi = 4\pi \sqrt{\frac{H}{\gamma_r \omega_0}} \quad (20)$$

そこで形状因子 $F(k)$ はフーリエ変換により

$$F(k) = \frac{1}{4\pi \sqrt{\frac{H}{\gamma_r \omega_0}}} 4 \int_0^\pi \frac{\Delta\gamma}{\gamma_r} \cos \psi d\psi \quad (21)$$

ここで $(\Delta\gamma/\gamma_r) / (4\pi \sqrt{H/\gamma_r \omega_0})$ は位相空間における電子分布である。(19)式を(21)式に代入して

$$\begin{aligned} F(k) &= \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos \psi d\psi \\ &+ \frac{\sqrt{\frac{\gamma_r \omega_0}{H}}}{4\pi \sqrt{\frac{H}{\gamma_r \omega_0}}} \left(\frac{\Gamma}{\omega_0} \right)^2 \int_0^\pi \cos^2 \psi d\psi \\ &= \frac{1}{8} \left(\frac{\Gamma}{\omega_0} \right)^2 \frac{1}{\frac{H}{\gamma_r \omega_0}} \end{aligned} \quad (22)$$

(19)式から平均の H は

$$\langle H \rangle = \gamma_r \omega_0 \left(\frac{\Delta\gamma}{\gamma_r} \right)_{\text{beam}}^2 \quad (23)$$

従って平均された $\langle F(k) \rangle$ は次のようになる

$$\langle F(k) \rangle = \frac{1}{8} \left(\frac{\Gamma}{\omega_0} \right)^2 \frac{1}{\left(\frac{\Delta\gamma}{\gamma_r} \right)_{\text{beam}}^2} \quad (24)$$

ゲインは(24)式を(4)式に代入して得られる。

ここで振動する形状因子の角振動数を求めよう。(13)式は次のように書ける。

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{d\psi}{dt} = \pm \sqrt{C_1 + \Gamma^2 \cos \psi} \quad (25)$$

そこで $\Gamma/C_0 \ll 1$ とすると(25)式は次のように書ける。

$$\begin{aligned} dt &= \frac{1}{\sqrt{2C_1}} \frac{d\psi}{\sqrt{1 + \frac{\Gamma^2}{C_1} \cos\psi}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2C_1}} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\Gamma^2}{C_1} \cos\psi\right) d\psi \end{aligned} \quad (26)$$

(26)式から周期 T は

$$\begin{aligned} T &= \int_0^T dt \\ &= \frac{1}{\sqrt{2C_1}} \int_0^{2\pi} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\Gamma^2}{C_1} \cos\psi\right) d\psi \\ &= \frac{2\pi}{\sqrt{2C_1}} \end{aligned} \quad (27)$$

(10)式を(13)式に代入すると

$$\frac{1}{2} \left[2\omega_0 \left(\frac{\Delta\gamma}{\gamma_r} \right) \right]^2 - \Gamma^2 \cos\psi = C_1 \quad (28)$$

(28)式に $(\Delta\gamma/\gamma_r) = (\Delta\gamma/\gamma_r)_{\text{beam}}$ と $\psi = \pm\pi/2$ を代入すると C_1 は次のように決まる。

$$C_1 = 2\omega_0^2 \left(\frac{\Delta\gamma}{\gamma_r} \right)_{\text{beam}}^2 \quad (29)$$

そこで

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{4\omega_0^2 (\Delta\gamma/\gamma_r)_{\text{beam}}^2}} = \frac{\pi}{\omega_0 (\Delta\gamma/\gamma_r)_{\text{beam}}} \quad (30)$$

そこで(24)式から $F(k)$ は次のようになる。

$$F(k) = \frac{1}{8} \left(\frac{\Gamma}{\omega_0} \right)^2 \frac{1}{\left(\frac{\Delta\gamma}{\gamma_r} \right)_{\text{beam}}^2} (1 - \cos \Lambda t) \quad (31)$$

$$\Lambda = 2\omega_0 \left(\frac{\Delta\gamma}{\gamma_r} \right)_{\text{beam}} \text{ Hz} \quad (32)$$

ここで $t = \text{経路長}/c$ 、 Λ は(30)式から決まる形状因子の角周波数である。

III 形状因子、ゲイン、パワー

自由電子レーザに入射された電子群の位相振動は、(6)と(7)式の連立微分方程式を数値積分して得られる。この計算において、表1に示すように紫外領域のパラメータを採用した。自由電子レーザに入射したのは、一様なエネルギー拡がり $\Delta\gamma/\gamma_r = \pm 0.25\%$ をもつ波長当たり

表1 UVFEL のパラメータ

波長	λ	280nm
電子ビーム		
エネルギー	γ	236 (~120MeV)
マイクロパルス長(幅)	l	1mm(3.5ps)
電子数/マイクロパルス	n	4.4×10^8
エネルギー拡がり	$\Delta\gamma/\gamma_r$	$\pm 0.25\%$
アンジュレータ		
長さ	L	2m
周期	λ_0	2cm
周期数	N	100
Kパラメータ		0.75

18000個の電子である。光共振器のパワーは飽和に近い100MWであった。図1にアンジュレータ長 L に対し $0, L/3, 2L/3, L$ における位相空間における電子の振る舞いを示した。水平軸に沿ったカーブは(15)式のセパトリクスで $(\Delta\gamma/\gamma_r)_{\text{max}} = 7.44 \times 10^{-3}$ の値は電場 $E_r = 5.18 \times 10^8 \text{ V/m}$ から得られた。図1からわかるように捕獲された電子は $(\psi=0, \gamma=\gamma_r)$ を中心として回転し、一方捕獲されない電子はセパトリクスに沿って脱出している。図2に $-\pi$ から π の間隔にある捕獲、非捕獲の全電子の分布を図1と同じ $0, L/3, 2L/3, L$ に対して示した。縦軸は 5° 当たりの電子数を示している。電子の分布は ψ 軸に射影され、形状因子は点電荷を考慮して次のよう求められた。

$$F(k) = \sqrt{C^2 + S^2} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} C &= \frac{1}{18000} \int \sum_{n=1}^{18000} \cos\psi_n \delta(\psi - \psi_n) d\psi \\ &= \frac{\sum_{n=1}^{18000} \cos\psi_n}{18000} \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{18000} \int \sum_{n=1}^{18000} \sin\psi_n \delta(\psi - \psi_n) d\psi \\ &= \frac{\sum_{n=1}^{18000} \sin\psi_n}{18000} \end{aligned} \quad (35)$$

ここで ψ_n は n 番目の電子に対する位相角である。共振パワー 0.1、1、10、100MW における形状因子が図3に示される。得られた形状因子は位相空間における電子分布を反映して振動している。そこでゲインを求めするためにアンジュレータ長 $L=2\text{m}$ で形状因子は平均化された。図4にエネルギーの拡がり $0, \pm 0.125, \pm 0.25, \pm 0.4$ 、

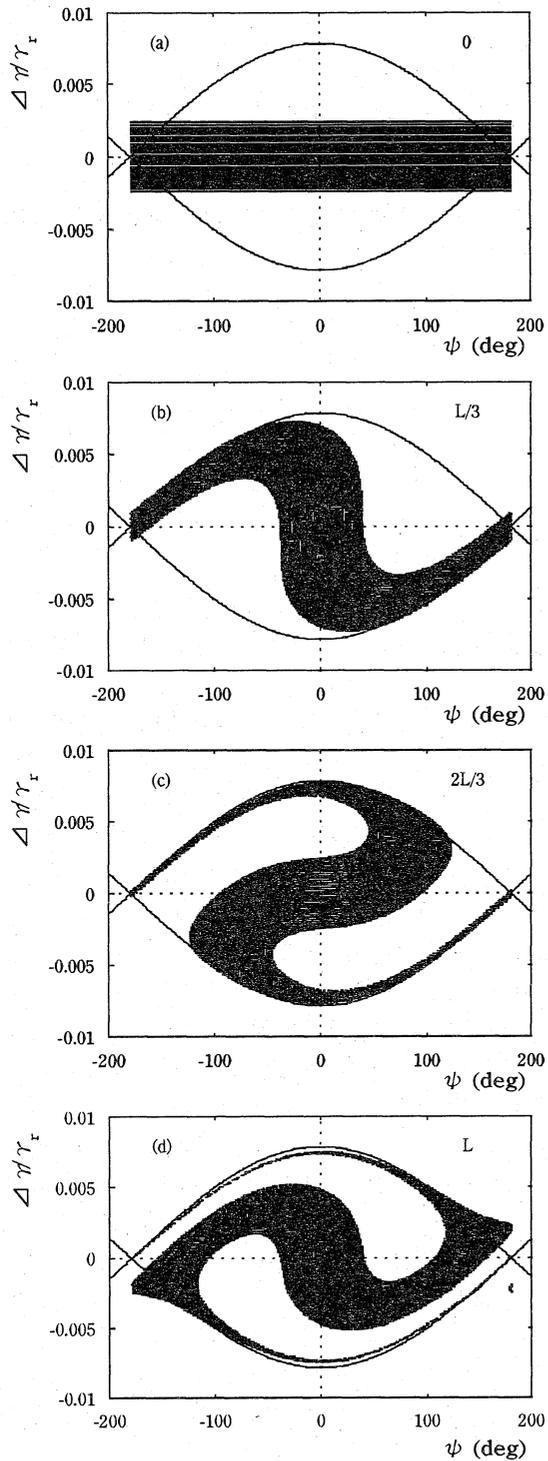


図1 $(\Delta\gamma/\gamma)_{\text{beam}} = 0.25\%$ の波長当たり18000個の電子は共振器のパワー 100MW におけるFELに入射された。位相空間の振る舞いはアンジュレータの経路長 0, $L/3$, $2L/3$, L の位置で示された。カーブは $(\Delta\gamma/\gamma)_{\text{max}} = 7.5 \times 10^{-3}$ におけるセパトリスである。

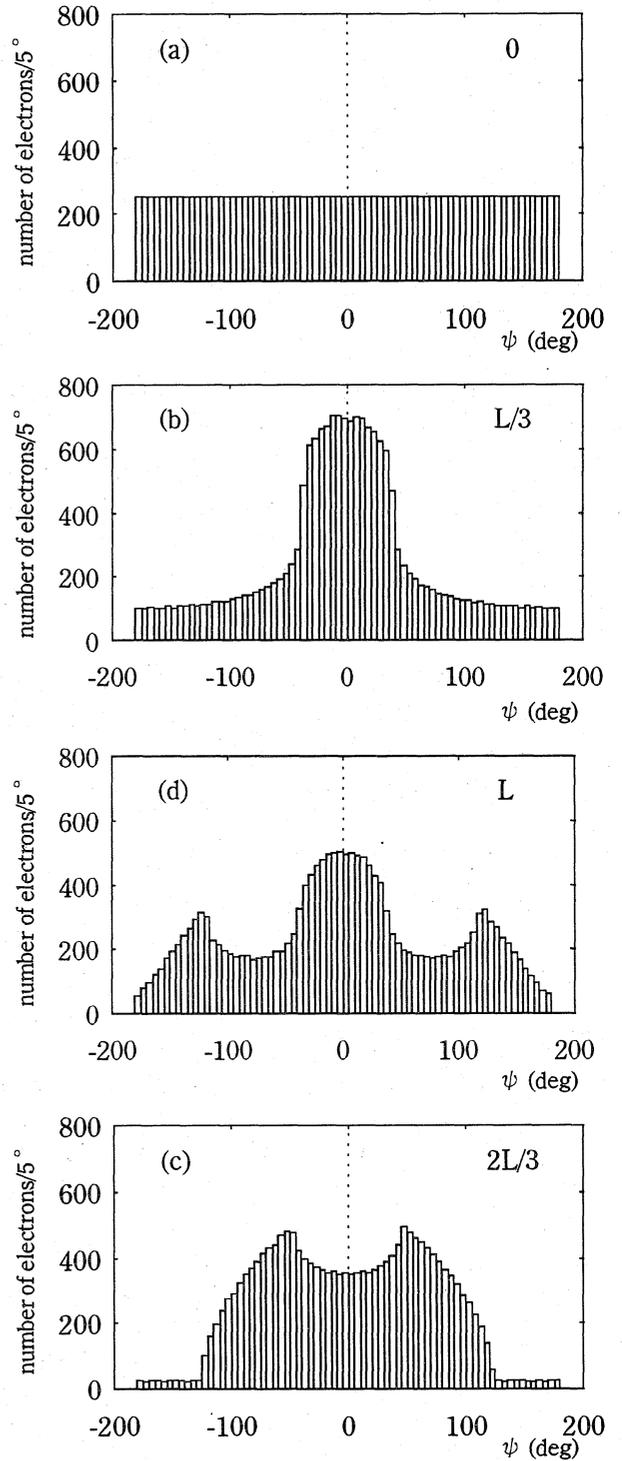


図2 アンジュレータの 0, $L/3$, $2L/3$, L の位置における $-\pi$ から π の間の捕獲、非捕獲の電子数の和の分布が示される。電子数、共振器パワーおよび電子のエネルギー拡がりとは図1と同じである。

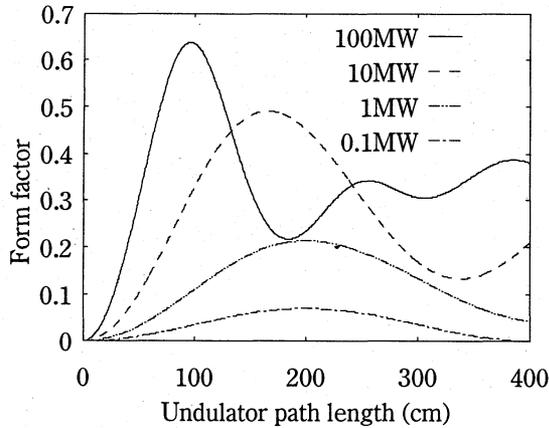


図3 光共振器パワー 0.1、1、10、100MW でエネルギーのひろがり $\pm 0.25\%$ の形状因子がアンジュレータの経路長の関数として示される。

$\pm 0.5\%$ の平均の形状因子が共振器パワーの関数として示された。図4から 1MW 以下の領域では $\langle F(k) \rangle$ は直線になっており $\langle F(k) \rangle^2 \propto P$ を示している。それからのずれは飽和の効果を示唆している。

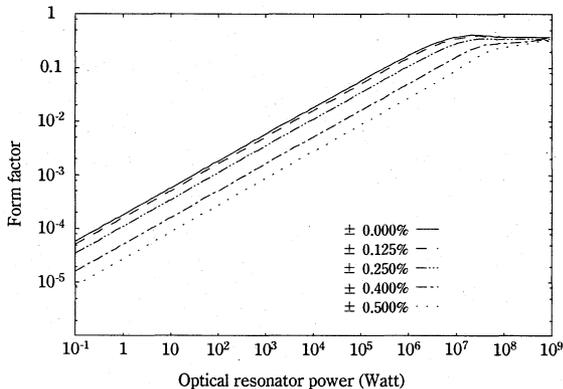


図4 エネルギーのひろがり 0, ± 0.125 , ± 0.25 , ± 0.4 , $\pm 0.5\%$ における平均された形状因子。

ゲインは(4)式から求まる。

$$G = \frac{n^2 \langle F(k) \rangle^2 p_1}{P} \quad (4)$$

ここで表1から $n=4.4 \times 10^8$ がある。 p_1 は次式で求まる。

$$p_1 = \frac{d^3 I}{d\omega d\Omega dt} \Big|_{\theta=0} = \frac{e^2 N^2 \gamma^2}{2\pi \epsilon_0 c t} \frac{K^2}{(1+K^2)^2} [f(K)]^2 C(\xi) \quad (36)$$

ここで ω は角周波数、 Ω は $\theta=0$ の立体角、 t はマイクロパルスの幅、 $C(\xi)$ 次式で与えられる。

$$C(\xi) = \left(\frac{\sin \xi}{\xi} \right)^2 \quad (37)$$

$$\xi = N \pi \left(\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} \right) \quad (38)$$

$$\omega_0 = \frac{4\pi c \gamma_0^2}{\lambda_0 (1+K^2)} \quad (39)$$

そこで表1のパラメータから $p_1=2.73 \times 10^{10}$ W が得られる。

ゲインは図5で共振器パワーの関数として示される。図4の議論から予想されるように 1MW 以下ではゲインは一定で共振器パワーに影響されない。しかし一方ゲインはビームエネルギーのひろがりの関数として著しく減少する。この効果を調べるためにエネルギーのひろがりの半値幅 $(\Delta\gamma/\gamma)_{\text{beam}} = 0.125, 0.25, 0.5\%$ で共振器のパワー $P=1000$ W の形状因子を図6に示す。表2では(6)と(7)式の数値積分によって求めた形状因子の振幅と周期が(31)と(32)式で計算されたものと比較される。表2によると数値計算と(31)と(32)式で理論的に予測した値との間で優れた一致が得られている。図7はゲイン対 $(\Delta\gamma/\gamma)_{\text{beam}}$ を示した。そこで solid line は数値計算を示し、2m のアンジュレータ長で平均した形状因子を用いて得たゲインに対するものである。図7の dash-dot line は(24)式の理論値を用いて得たゲインに対するものである。図7で solid と dash-dot 曲線の間で不一致が見られる。これは平均をとるときに用いた経路の差によるものである。(31)と(32)式から $(\Delta\gamma/\gamma)_{\text{beam}}$ とアンジュレータの周期数の optimum number N_{opt} との関係が得られる。すなわち

$$\Delta t = \pi \quad (40)$$

そこで N_{opt} は

$$\left(\frac{\Delta\gamma}{\gamma} \right)_{\text{beam}} = \frac{1}{4N_{\text{opt}}} \quad (41)$$

表3に $(\Delta\gamma/\gamma)_{\text{beam}}$ 対 N_{opt} , $\langle F(k) \rangle$ 等の値が示されている。

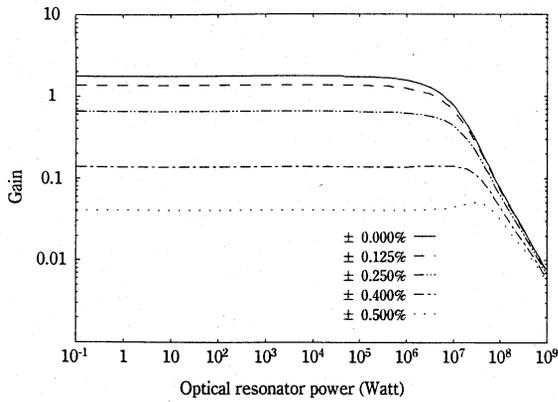


図5 エネルギーのひろがり 0, ±0.125, ±0.25, ±0.4, ±0.5 % における(4)式によって計算されたゲイン。

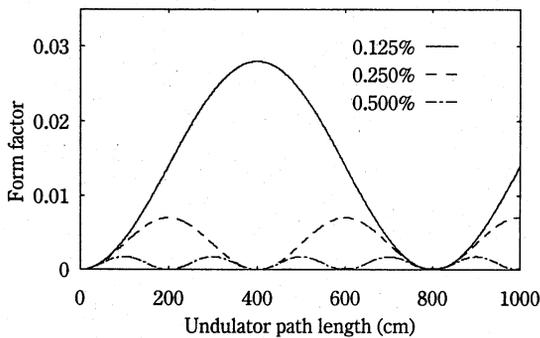


図6 光共振器パワー 1000W におけるエネルギーのひろがりの半値幅 $(\Delta\gamma/\gamma_r)_{\text{beam}} = 0.125, 0.25, 0.5\%$ における振動する形状因子の周期。

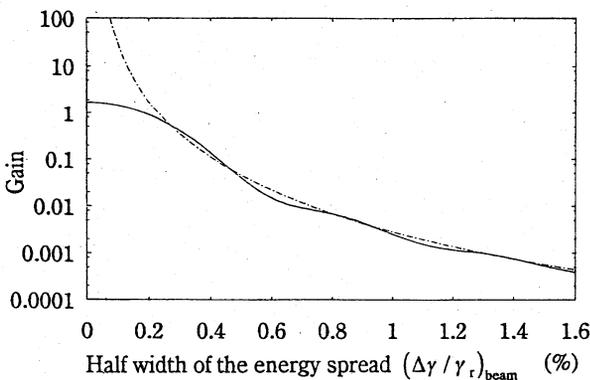


図7 ゲイン対エネルギーひろがりの半値幅。solid line は数値的に計算しアンジュレータの長さ 2m で平均した形状因子を用いて求めたゲインを示す。dash-dot line は(24)式による理論的な形状因子を用いて求めたゲインである。

表2 共振器パワー 1000W におけるエネルギーの拡がりの半値幅対 (6), (7)式における数値計算と(31)と(32)式の理論値の振幅と周期

$(\Delta\gamma/\gamma_r)_{\text{beam}}$	数値計算 (6), (7)式		理論値 (31), (32)式	
	最大 $(F(k))$	周期 (m)	最大 $(F(k))$	周期 (m)
0.125%	0.027	7.84	0.028	8.01
0.25%	0.0067	3.92	0.007	4.0
0.5%	0.0017	1.96	0.0017	2.0

表3 $(\Delta\gamma/\gamma_r)_{\text{beam}}$ 対アンジュレータ周期の最適マムな数、アンジュレータ長と形状因子の平均値

$(\Delta\gamma/\gamma_r)_{\text{beam}}$	N_{opt}	λ_0	L_{opt}	$\langle F(k) \rangle$
0.125%	200	2cm	400cm	0.014
0.25%	100	2cm	200cm	0.0035
0.5%	50	2cm	100cm	0.00085

IV 他の諸性質

すでに述べたようにゲインはノイズレベルから 1MW の広い範囲で一定の値である。光共振器における立ち上がりのパワー P は

$$P = P_0 (1 + G_{\text{NET}})^M \quad (42)$$

ここで P_0 はスタートアップのパワー、 G_{NET} は電磁的ゲインから共振器損失等を差し引いた共振器 1 往復当たりの正味のゲイン、 M は繰り返し数である。(42) における P_0 はコヒーレントであることを求められるが、4), 7) で議論されたように、入射電子ビームの構造からコヒーレント成分が発生すると考えられている。

コヒーレント・アンジュレータ放射の波長は

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{2\gamma_0^2} (1 + K^2) \quad (43)$$

ここで $\gamma_0 = \gamma$ である。したがって λ は入射エネルギー γ_0 でユニークに決定される。そこで放射される電磁波のスペクトルはマイクロパルス列のフーリエ変換で与えられる。

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\lambda}{l} \quad (44)$$

ここで l はマイクロパルスの長さである。表 1 から

$\lambda=280\text{nm}$ 、 $l=1\text{mm}$ である。推定される光パワーは約 4MW で、強力なコヒーレントなパワーが期待できる。

V 議論

以上の説明からコヒーレント・アンジュレータ光の立ち上がりには2つのステップが存在することがわかる。最初のステップは

$$(\Delta\gamma/\gamma_r)_{\max} < (\Delta\gamma/\gamma_r)_{\text{beam}}$$

の領域で光共振器のパワーは 1MW 以下である。ゲインは一定で、形状因子は解析的に求めることができた。すなわち、

$$F(k) = \frac{1}{8} \left(\frac{\Gamma}{\omega_0} \right)^2 \frac{1}{\left(\frac{\Delta\gamma}{\gamma_r} \right)_{\text{beam}}^2} (1 - \cos \Lambda t) \quad (31)$$

$$\Lambda = 2\omega_0 \left(\frac{\Delta\gamma}{\gamma_r} \right)_{\text{beam}} \text{ Hz} \quad (32)$$

振動する形状因子は(6)と(7)式の数値積分により得られるが、図6と表2からわかるように、上記の(31)と(32)によく一致している。表4にエネルギーの拡がりの半値幅 $(\Delta\gamma/\gamma_r)_{\text{beam}} = 2.5 \times 10^{-3}$ における共振器パワー、セパトトリクス $(\Delta\gamma/\gamma_r)_{\max}$ 、位相振動の角周波数 Γ 、形状因子が振動する角周波数 Λ をまとめた。表4で Γ は共振器パワーによって変化するが Λ はそれに無関係である。セクションIIで述べたように、 Λ は(28)式に $(\Delta\gamma/\gamma_r) = (\Delta\gamma/\gamma_r)_{\text{beam}} = 2.5 \times 10^{-3}$ および $\psi = \pm\pi/2$ を代入したものである。 Λ は位相空間の表面振動であることがわかる。

次に第2ステップについて議論する。これは光パワーが 1MW より大きい

$$(\Delta\gamma/\gamma_r)_{\max} \geq (\Delta\gamma/\gamma_r)_{\text{beam}}$$

の領域である。ここでは電子はセパトトリクスに捕獲され図1~3に示すように形状因子に寄与する。ここで、位相空間に捕獲された電子は $(\psi=0, \gamma=\gamma_r)$ を中心に振動し角周波数は表4の Γ で近似される。ここでの得られる光パワーは電子の集団運動によるコヒーレント・アンジュレータ放射である。更にいわゆる誘導放射、誘導吸収のプロセスが考えられる。しかし、この場合は $\gamma_0=\gamma_r$ である。誘導放射を発生するためにはこの第2のステップにおいて電子ビームのエネルギーを $\gamma_0=\gamma_r$ から $\gamma_0>\gamma_r$ にシフトすることが要求される。

表4 $(\Delta\gamma/\gamma_r)_{\text{beam}} = 2.5 \times 10^{-3}$ (半値幅) におけるパワー、 $(\Delta\gamma/\gamma_r)_{\max}$ 、 Γ と Λ

power	$(\Delta\gamma/\gamma_r)_{\max}$	$\Gamma(\text{Hz})$	$\Lambda(\text{Hz})$
100MW	7.44×10^{-3}	7.01×10^8	
10MW	4.17×10^{-3}	3.93×10^8	
1MW	2.36×10^{-3}	2.22×10^8	4.7×10^8
100kW	1.33×10^{-3}	1.25×10^8	4.7×10^8
1kW	4.17×10^{-4}	3.93×10^7	4.7×10^8
1W	7.44×10^{-5}	7.01×10^6	4.7×10^8

謝辞

以上の研究は、谷内元、中沢裕之、早川建、田中俊成の協力により行われた。ここに厚く感謝する。

参考文献

- 1) H. Motz, J. Appl. Phys. 22 (1951) 527.
- 2) S. Nodvick and D. S. Saxon, Phys. Rev. 96 (1954) 180.
- 3) T. Nakazato, M. Oyamada, N. Niimura, S. Urasawa, O. Konno, A. Kagaya, R. Kato, T. Kamiyama, Y. Torizuka, T. Nanba, Y. Kondo, Y. Shibata, K. Ishi, T. Ohsaka and M. Ikezawa, Phys. Rev. Lett. 63 (1989) 1245.
- 4) Y. Shibata, K. Ishi, T. Ohsaka, H. Mishiho, T. Takahashi, M. Ikezawa, Y. Kondo, T. Nakazato, M. Oyamada, N. Niimura, S. Urasawa, R. Kato, and Y. Torizuka, Nucl. Instr. and Meth. Phys. Res. Sect. A301 (1991) 161.
- 5) W. B. Colson, Phys. Lett. 64A (1977) 190.
- 6) Y. Hirai, Private communication.
- 7) D. A. Jaroszynski, R. J. Bakker, A. F. G. van der Meer, D. Oepts and P. W. van Amerstoort Phys. Rev. Lett. 71 (1993) 3798.
- 8) T. C. Marshall, Free-Electron Lasers (MacMillan Publishing Company, New York, 1985).