

[P 1–32]

## SPECTRUM ANALYSIS OF AN ELECTROMAGNETIC FIELD GENERATED BY LINAC ELECTRON BEAMS (II)

Hiroyasu ITOH, Shusuke NISIYAMA, Takasi ISIDA, Satoshi TOMIOKA, Takeaki ENOTO

Department of Nuclear Engineering, Hokkaido University

Kita13 Nishi8 Kita-ku Sapporo, Hokkaido, 060

### Abstract

The purpose in this paper is to obtain a radiated electromagnetic field by measuring the spatial field distributions of a standing wave in order to know time profile of electron beams finally. The standing wave is generated by interaction between electron beams and reflective waves when conductive plates are placed in a waveguide. An electromagnetic field in a cylindrical waveguide is analyzed using the finite-difference time-domain (FD-TD) method. In consideration for dispersion of higher order  $TM_{0n}$  mode, peak frequency values of spectrum for spatial distributions calculated was in agreement with frequency values of electron beams.

### 電子ビームによって形成される電磁界のスペクトル解析 (II)

#### 1. はじめに

電子線形加速器を用いた研究を行う場合、精度の高い実験を行うためにはビームの位置検出の他にエミッタンスや空間及び時間プロファイル、エネルギー分布等の情報が必要になる。ライナック電子ビームは、バンチャー部および加速管で集群されたマイクロパルス群によって構成され、パルスの繰り返し周期はクライストロンの加速周波数によって決定される。このためマイクロパルス列の周波数スペクトルは加速周波数および、その高調波成分によって構成される。電子ビームの時間プロファイルを求める場合、電界の時間変化を測定することがよく行なわれるが、マイクロパルスの時間応答が数十 ps と非常に速く、測定器に数十 GHz の周波数帯域が要求されるため、直接測定することは困難である。

そこで、電子ビームの放射電界を多重反射させることで定在波を作り、その空間分布から、放射電界の電磁界スペクトルを推定することを試みてきた [1]。励振源である電子ビームが非定常的なパルス状分布であるので、空洞内に定在波が形成されるためには、多数のマイクロパルスの入射が必要となる。

測定された電界の定在波分布は、フーリエ変換によって波数スペクトルに変換される。さらに導波管内の電磁界モードを数値解析によって決定し、そのモードの周波数分散を考慮すれば、定在波分布から周波数スペクトルが求められる。このように、マイクロパルスの時間プロファイルを時間応答波形のまま直接求め

るのではなく、電子ビーム進行方向の各位置でのピーク値の分布からパルスの周波数スペクトルを推定する。

しかしパルスビームに関して、導波管中の定在波分布と時間プロファイルとの相関はこれまで明らかになっていなかった。電子ビームを含む導波管内部の解析は単純な形状を除くと一般に難しいため、電磁界数値解析を行なうが、導波管内部でパルス状の電子ビームが作る過渡的な電磁界があるため、時間領域での電磁界解析が適している。本研究において有限差分時間領域 (FD-TD) 法を用いた電磁界過渡解析を行なっている。

#### 2. FD-TD 法による数値解析

FD-TD 法は Maxwell 方程式の回転に関する 2 式を、時間と空間に関して中央差分をとることで直接解く方法である [2]。ここでは円形導波管内部に電子ビームによって励振される過渡電磁場を扱うため、円柱座標系において解析を行った。軸対称を仮定すると、円柱座標系  $(r, \phi, z)$  で時間微分を左辺に含む Maxwell 方程式は以下のようになる。

$$\frac{\partial H_\phi}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0} \left( \frac{\partial E_z}{\partial r} - \frac{\partial E_r}{\partial z} \right), \quad (1)$$

$$\frac{\partial E_r}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon_0} \left( -\frac{\partial H_\phi}{\partial z} \right), \quad (2)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon_0} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial r H_\phi}{\partial r} - J_z \right). \quad (3)$$

この 3 式の時間微分、空間微分方程式に対して中央差分を行ない、差分方程式を求める。解析空間は、軸対

称を仮定していることから、図1に示すように中心軸に平行な  $r$ - $z$  面とした。空間ステップ間隔は  $\delta r = \delta z = \delta = 0.2\text{mm}$ 、また時間ステップ間隔は計算の安定条件を満足するように選び、 $\delta t = (2c)^{-1}\delta$  とした。電子ビームは、半値幅 20ps のマイクロパルスを繰り返し周波数 2.856GHz で  $z=0$  面から入射させ、中心部の電流密度  $J_z$  によって励振させた。また電子ビームのエネルギーは北海道大学 45MeV LINAC の 45MeV で一定とした。解析体系には、 $z=100\text{mm}$  と  $394.6\text{mm}$  の位置に孔径 20mm $\phi$  の孔のある円板が入れてあり、円板の間隔は 293.6mm である。導波管壁および円板は完全導体とし、入射面および出口面は吸収境界条件を用いた [3]。

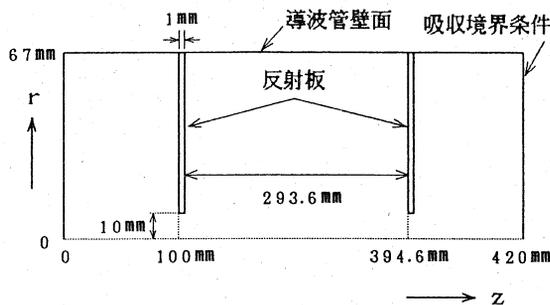


図1: 解析空間

### 3. 解析結果

マイクロパルスを多数個入射させ、多重反射により反射板間に定在波を形成させた。定在波分布は、電界の径方向成分  $E_r$  の分布とし、十分に多重反射させた後、 $|E_r|$  の最大値をとった。図2は、 $r=60\text{mm}$  での  $z$  方向の分布を示している。

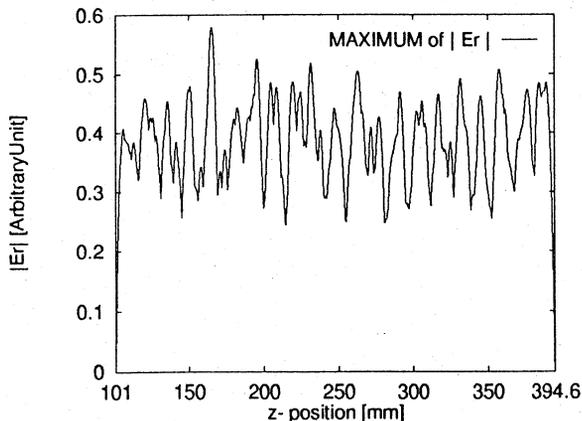


図2: 定在波分布 ( $r=60\text{mm}$ ).

この空間分布に対しフーリエ変換を行ない、波数ス

ペクトルを求めたのが図3である。

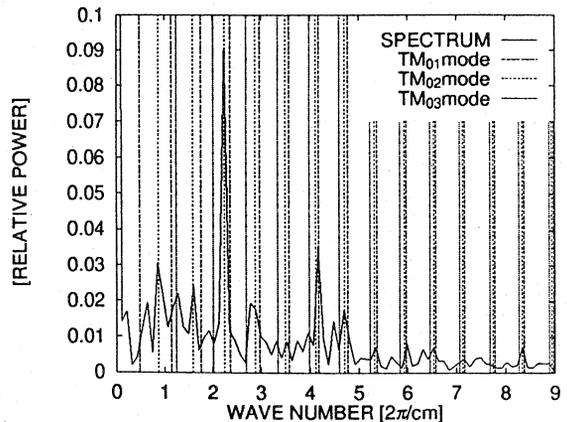


図3: 定在波スペクトルと高次加速周波数の  $TM_{03}$  モードまでの波数。

また図3には、パワースペクトルの他に、Sバンドの加速周波数 2.856GHz の高調波成分に対して、 $TM_{0n}$  モードの分散を考慮した波数もプロットした。ここでは、 $TM_{03}$  までの波数を表示してある。定在波スペクトルとモード毎の波数を比較した結果、スペクトルのピークは高次のモードまで考慮する事で周波数空間への変換が可能であることが分る。例えば、一番大きなピークは、波数  $2.25[2\pi/\text{cm}]$  にあるが、これは  $TM_{02}$  モードの波数と一致している。この成分は 4 次高調波  $f_4=11.42\text{GHz}$  に相当する。

次に空間各点での時間変化と定在波空間分布のスペクトルを比較するために、時間波形を  $r=60\text{mm}$  の位置で  $z$  方向には 2mm 毎に、複数の場所で 20ns の時間まで計算させた。そして計算より求めた空間各点での時間波形をそれぞれフーリエ変換し、周波数スペクトルを求めた。反射板から距離が異なる 2 つの場所の周波数スペクトルを図4と図5に示す。図4の位置は反射板から 28.6mm 離れており、図5は 20.6mm 離れた位置の周波数スペクトルである。図5に較べて、図4の  $f_4$  の周波数成分が弱まっているが、周波数 11.42GHz では  $TM_{02}$  モードが支配的なためである。すなわち、距離 28.6mm は、 $TM_{02}$  モードでの管内波長の長さに近い距離である。反対に図5の距離はそれより管内波長の  $1/4$  だけシフトした位置であるため、 $f_4$  周波数成分のエネルギーが大きい。

さらに時間波形をフーリエ変換して得られたパワースペクトルに対し、加速周波数の高調波成分に着目し、その各周波数成分の空間的な変化を調べたのが図6で

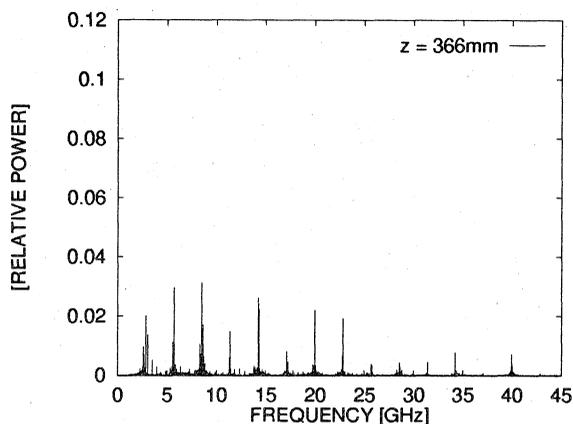


図 4: 時間波形の周波数スペクトル  
( $r=60\text{mm}$ ,  $z=366\text{mm}$ ).

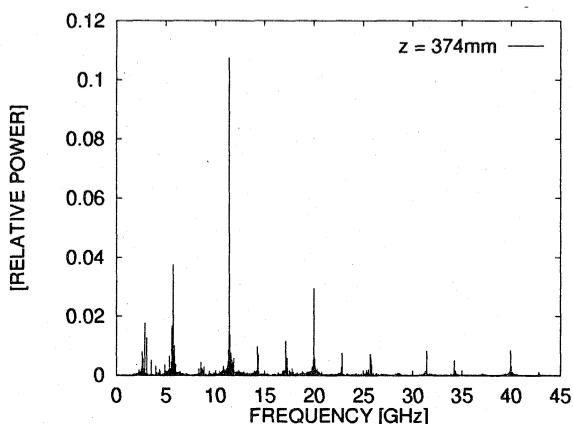


図 5: 時間波形の周波数スペクトル  
( $r=60\text{mm}$ ,  $z=374\text{mm}$ ).

ある。これより各周波数成分が  $z$  方向に定在波分布を形成していることがわかる。

#### 4. まとめ

定在波分布は、フーリエ変換によって波数スペクトルに変換され、さらに  $TM_{0n}$  モード毎の周波数分散を考慮すれば、定在波分布から周波数スペクトルが求められることを数値解析により示した。

また定在波分布と比較するために空間各点での時間波形を計算し、周波数スペクトルを求めた。そして加速周波数の高調波成分が  $z$  方向に定在波分布を形成していることを数値解析により確認した。この分布から内部の電磁界モードを推定することが可能と考えられるが、支配モードの評価のためには共振器を含めた解析を行なう必要がある。また以前行なったダイポールアンテナを用いた定在波測定の実験結果と比較するた

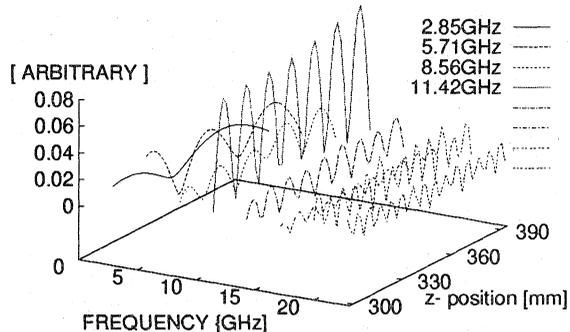


図 6: 周波数成分  $f_n$  の  $z$  方向の空間分布。

めに、アンテナを組み入れた電磁界解析を行なうことが必要である。

#### 参考文献

- [1] Hiroyasu Itoh, Shusuke Nisiyama, Satoshi Tomioka, Takeaki Enoto: "Spectrum Analysis of an Electromagnetic Field Generated by Linac Electron Beams", *Proc. of the 1994 International Linac Conference*, 860-862, 1994.
- [2] K.S.Yee, "Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media," *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, vol.AP-14, pp.302-307, May 1966.
- [3] G.Mur, "Absorbing Boundary Conditions for the Finite-Difference Approximation of the Time-Domain Electromagnetic-Field Equations", *IEEE Trans. on Electromagn. Compat.*, vol. EMC-23, pp.377-382, 1981.