測量網を用いた加速器のアライメント評価における誤差見積もり

ERROR ESTIMATION FOR ACCELERATOR ALIGNMENT USING SURVEYING NETWORK

久米　達哉#, 長橋　進也, 上田　明、原田　健太郎、中村　典雄
Tatsuya Kume #, Shinya Nagahashi, Akira Ueda, Kentarou Harada, Norio Nakamura
High Energy Accelerator Research Organization (KEK)

Abstract

Surveying networks are widely used for evaluating alignment of large particle accelerators. We analytically estimated error propagated to the results obtained by the surveying networks by using our stitching model.

Here, we estimated effects of the measurement parameters, that is the total measurement length *l*, the partial measurement length *lu*, the measurement interval *s*, and overlapping ratio *k* for evaluating alignment of the components for approximately 100 m of circumference part of the cERL, which has been constructed in KEK.

1. 諸言

加速器のアライメント評価では、取扱いの容易さからレーザトラッカなどの光学式測量機が広く用いられている。これらの中には数 100 m の測定範囲を持つものもあるが、空気揺らぎや反射ターゲットの取扱いの問題、さらに、加速器の形状や障害物などにより、実際の加速器のアライメント評価では、測定範囲が数 10 m 程度に制限される場合が多い。

そのため、100 m を超える規模の大型加速器のアライメント評価では、部分的に重なり合う複数の領域からなる測量網を作り、共通する領域の測量値をもとに、得られた測量結果をつなぎ合わせるような手法が用いられている。

我々は、このような手法において、部分的に重なり合う複数の測量結果をつなぎ合わせる操作が、複数の形状をつなぎ合わせることでより大きな形状評価を可能とする、スティッチングによる形状連結に相当するものと考え、スティッチングにおける誤差伝播モデルを適用することで、アライメント評価における誤差を解析的に見積もった。

2. スティッチングと誤差伝播

2.1 スティッチングによる形状連結モデル

部分的に重なり合う複数の測定形状を連結することで、一回の形状測定では評価することのできない長大な形状を評価する手法をスティッチングと呼ぶ。Figure 1 にスティッチングによる形状連結モデルを示す。図において、被測定形状 $f(x)$の i 番目の測定形状を $f_i(x)$とし、部分測定形状と呼ぶ。

各部分測定形状は、隣接する部分測定形状と共通の測定区間を持ち、これらをオーバラップ区間と呼ぶ。ここでは、各オーバラップ区間における、隣り合う部分測定形状から導出された最小二乗近似直線が等しくなるように、部分測定形状をつなぎ合わせるものと考える。このとき、隣り合う部分測定形状 $f_i(x)$と $f_{i+1}(x)$に着目すると、 (1)式が成り立つ。

tatsuya.kume@kek.jp

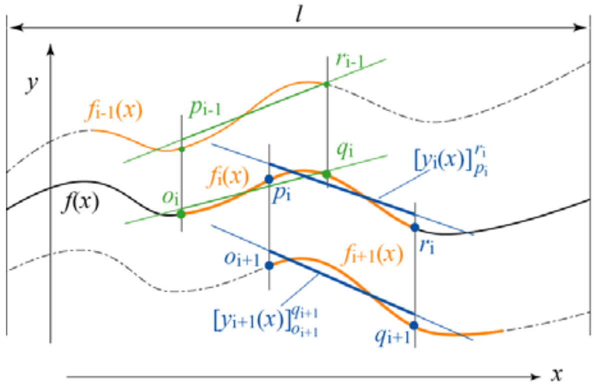


Figure 1: Stitching using least square approximation lines, where *l* expresses the total measurement distance.

$$f_i(x)-[y_i(x)]_{p_i}^{r_i} = f_{i+1}(x)-[y_{i+1}(x)]_{o_{i+1}}^{q_{i+1}} \qquad (1)$$

ただし、 $[y_i(x)]_{p_i}^{r_i}$ は、i 番目の部分測定形状 $f_i(x)$の区間 $x=[r_i, p_i]$の測定値から導出された最小二乗近似直線、 $[y_{i+1}(x)]_{o_{i+1}}^{q_{i+1}}$ は、i+1 番目の部分測定形状 $f_{i+1}(x)$の区間 $x=[o_{i+1}, q_{i+1}]$の測定値から導出された最小二乗近似直線を示すものとする。

(1)式の関係を i=1 から n-1 まで求め、これらの両辺を足し合わせると、(2)式が得られる。

$$f_n(x)= f_1(x)+\sum_{i=1}^{n-1}\left([y_{i+1}(x)]_{o_{i+1}}^{q_{i+1}}-[y_i(x)]_{p_i}^{r_i}\right) \qquad (2)$$

(2)式は、スティッチング無しで得られる形状 $f_1(x)$に、各オーバラップ区間での最小二乗近似直線の差を加え合わせたものが、n-1 回のスティッチングにより得られる形状 $f_n(x)$であることを示す。[1]

2.2　スティッチングによる誤差伝播モデル

(2)式より、スティッチングにより得られた形状への誤差伝播は、スティッチング無しでの誤差に、それぞれのオーバラップ区間における最小二乗近似直線の差に伝播する誤差を、加え合わせることで求められることがわかる。

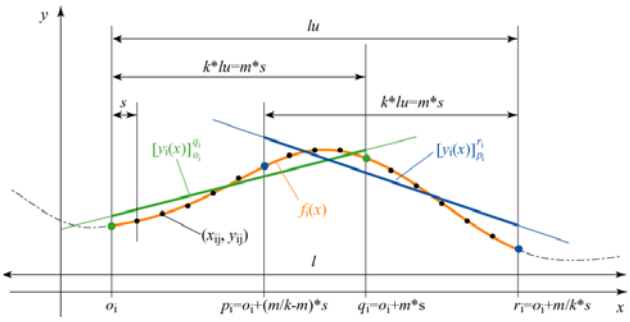


Figure 2: Analysis model for the error propagation. (x_{ij}, y_{ij}) stands for the *j*-th measurement for the *i*-th partial profile.

Figure 2 にスティッチングの誤差伝播解析モデルを示す。ここで、各部分測定形状の長さを lu、オーバラップ長を $k*lu$ と示す。このとき k をオーバラップ割合と呼ぶ。オーバラップ長 $k*lu$ は、測定間隔 s により m 等分されると考えると、$k*lu=m*s$ なる関係が成り立つ。

i 番目の部分測定形状 $f_i(x)$に対する j 番目の測定値を(x_{ij}, y_{ij})とする。このとき各測定値(x_{ij}, y_{ij})において誤差は y_{ij} にのみ発生し、かつ、それらはランダムかつ互いに独立であるものと仮定して、スティッチングにより得られた形状 $f_n(x)$への誤差伝播を求める。

k < 0.5 の場合、 (2)式右辺の各項は互いに独立と考えられることから、それぞれの誤差伝播を求めた後、二乗和平方根をとることで、導出形状への誤差伝播が求められる。

一方、k ≧ 0.5 の場合、(2)式を変形して得られた、(3)式の右辺各項は互いに独立と考えられる。

$$f_n(x) = f_1(x) - [y_1(x)]_{p_1}^{r_1} + \sum_{i=2}^{n-1}\left([y_i(x)]_{o_i}^{q_i} - [y_i(x)]_{p_i}^{r_i}\right) + [y_n(x)]_{o_n}^{q_n} \tag{3}$$

即ち、この場合も(3)式右辺各項への誤差伝播を求めた後、それらの二乗和平方根をとることで、導出形状への誤差伝播が求められる。

ここで、 (2),(3)式右辺の最小二乗近似直線 $[y_i(x)]_{o_i}^{q_i}, [y_i(x)]_{p_i}^{r_i}$ は (4), (5)式のように求められる。

$$[y_i(x)]_{o_i}^{q_i} = c\sum_{j=o_i}^{q_i}\left[\left\{(m+1)x - \sum_{j=o_i}^{q_i} x_{ij}\right\}x_{ij} + \sum_{j=o_i}^{q_i} {x_{ij}}^2 - \sum_{j=o_i}^{q_i} x_{ij}\cdot x\right]y_{ij} \tag{4}$$

$$[y_i(x)]_{p_i}^{r_i} = c\sum_{j=p_i}^{r_i}\left[\left\{(m+1)x - \sum_{j=p_i}^{r_i} x_{ij}\right\}x_{ij} + \sum_{j=p_i}^{r_i} {x_{ij}}^2 - \sum_{j=p_i}^{r_i} x_{ij}\cdot x\right]y_{ij} \tag{5}$$

ただし、

$$o_i = (i-1)\cdot(1-k)\cdot lu \tag{6}$$

$$p_i = o_i + \left(1/k - 1\right)\cdot m\cdot s \tag{7}$$

$$q_i = o_i + m\cdot s \tag{8}$$

$$r_i = o_i + m\cdot s/k \tag{9}$$

$$c = \frac{12}{s^2\cdot m\cdot(m+1)^2\cdot(m+2)} \tag{10}$$

である。

これらの関係から、スティッチングにより得られる形状 $f_n(x)$への誤差伝播 σ_s は、測定値 y_{ij} の誤差を σ_d として、

$$\sigma_s = K_e(l, lu, s, k)\cdot\sigma_d \tag{11}$$

なる形で示される。ただし、σ_s、σ_d は、標準偏差で示された誤差(偶然誤差)である。一方、K_e は、スティッチングによる誤差伝播の係数であり、誤差拡大率と呼ぶ。K_e は全測定長 l,部分測定長 lu, 測定間隔 s,オーバラップ割合 k の関数となる。

3.　誤差見積もり

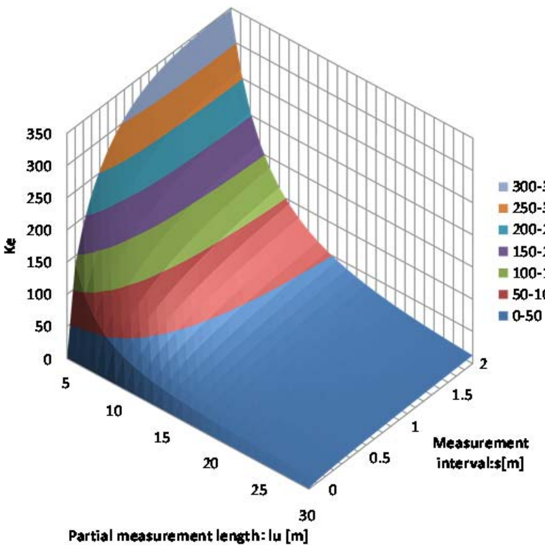
3.1　アライメント評価モデルへの適用

ここでは KEK にて建設が行われている cERL[2]の周長約 100 m の周回部に設置された機器のアライメント評価へ適用することを念頭に、加速器室内の壁面に設置する測量用基準座数や測定条件による誤差伝播量の変化に着目して誤差見積もりを行った。

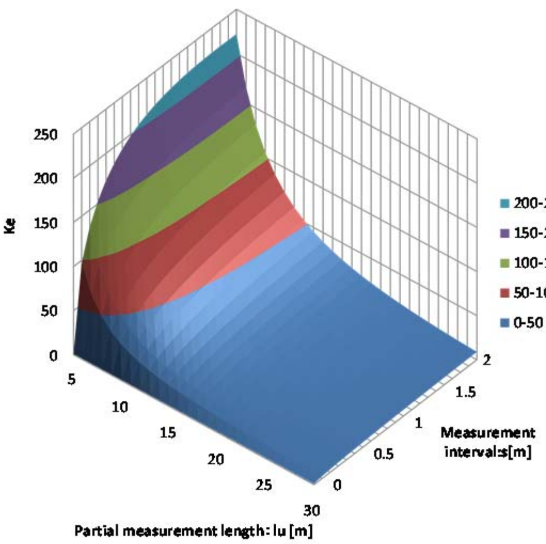
測量網を用いたアライメント評価は 3 次元もしくは 2 次元での評価であるが、各方向成分は独立と考え、一方向に着目して誤差見積もりを行う。

Figure 3 に総測定長 l = 100 m とした場合の、部分測定長(一回の測定長)lu と測定間隔 s による誤差拡大率 K_e の変化を、オーバラップ割合 k = 0.5 の場合(a)と、0.75 の場合(b)について示す。

測定間隔 s が小さなほど、即ち測定間隔を密にするほど、また、一回の測定範囲 lu が大きなほど、誤差拡大率 K_e は小さくなることがわかる。また、オーバラップ割合 k = 0.5 と 0.75 の場合を比較すると、k が大きな場合、即ち、重なり部分が大きな場合の K_e が小さくなっていることがわかる。これらの傾向は、いずれも経験則と合っている。



(a) k = 0.5



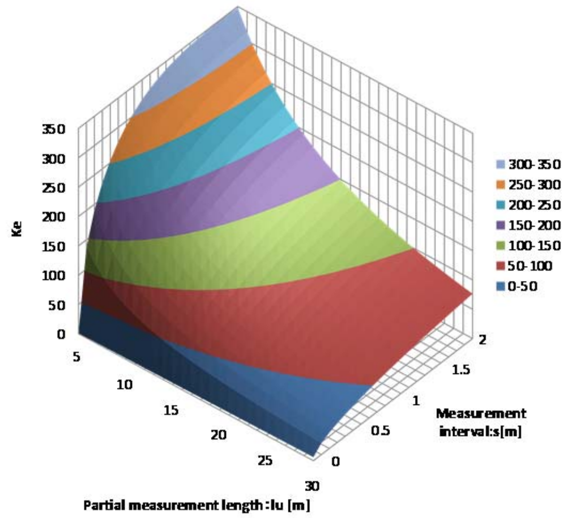
(b) k = 0.75

Figure 3: Estimated coefficients of error propagation K_e as functions of measurement interval s and partial measurement length lu.

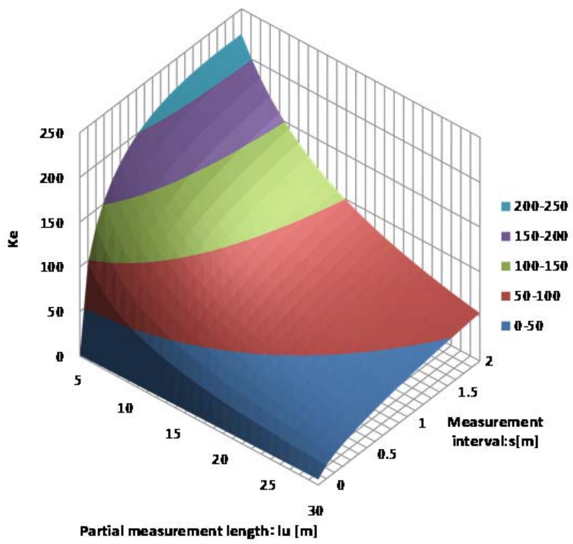
3.2 距離に比例する誤差の考慮

レーザトラッカなどの光学式測量機の測定精度は、測定長が長くなるに従って悪化する。ここでは、部分測定長 lu = 5 m の場合を基準とし、誤差が lu に比例するとの仮定の下、誤差を見積もった。その結果を Figure 4 (a),(b)に示す。その他の条件については、Figure 3 の場合と同様である。

s、lu、k の変化に対する K_e の変化の様子は、距離比例分を考慮しない場合と同様であるが、全体的に K_e の値が増加していることがわかる。



(a) k = 0.5



(b) k = 0.75

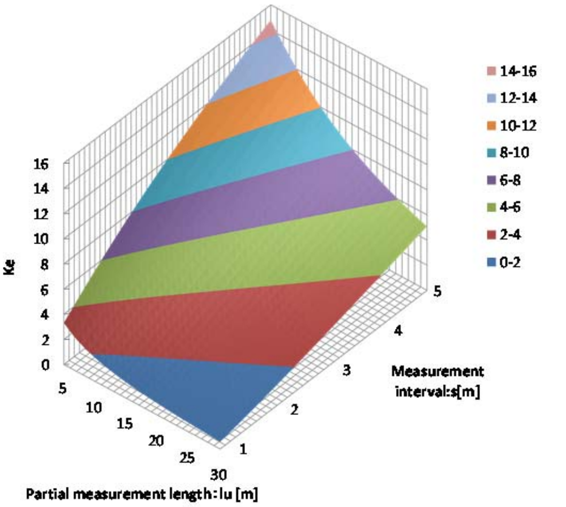
Figure 4: Estimated coefficients of error propagation K_e considering the error proportional to the measurement length.

3.3 閉合差の振り分け

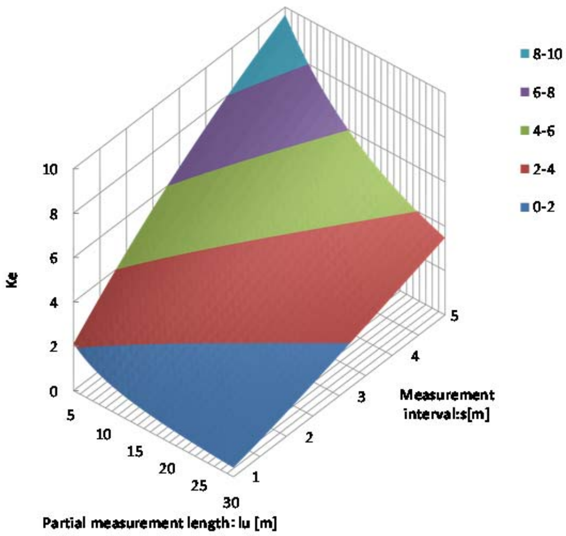
cERL のようなリング型加速器を評価する場合、一周分の測量結果の始点と終点の値が等しくなるとの条件の下、これらの差である閉合差を全測定点に振り分けることで、測定誤差を小さくすることができる。

ここでは、Figure 4 において得られた誤差拡大率を測定点数で割ることで閉合差を振り分けた。Figure 5 に、(a)オーバラップ割合 k = 0.5 の場合と、(b)0.75 の場合についてそれぞれ示す。

閉合差を振り分けることで誤差拡大率が一桁以上改善されることがわかる。



(a) k = 0.5

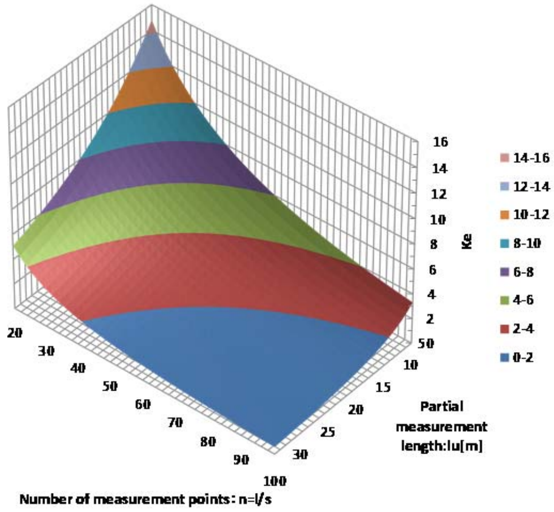


(b) k = 0.75

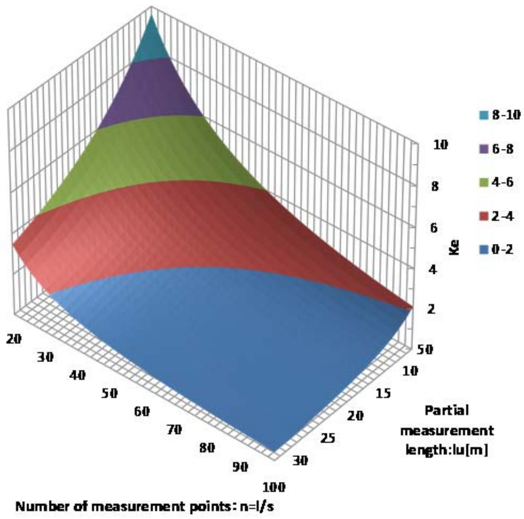
Figure 5: Estimated coefficients of error propagation K_e considering the error proportional to the measurement length and distributing the error of closure.

4. 考察

cERL の測量基準座は、周長約 100 m の周回部を取り囲む放射線シールド用コンクリート側壁面上に設置される。ここでは、測量用基準座数と測定条件を見積もるため、Figure 5(a),(b)に示された誤差の距離比例分を考慮し、かつ、閉合差を振り分けた場合ついて、測定ポイント数 $n = l/s$ と定義し、n,lu に対する K_e の変化を求め、Figure 6(a),(b)に示す。



(a) k = 0.5



(b) k = 0.75

Figure 6: Estimated coefficients of error propagation K_e expressed by figures 5 (a) and (b) as functions of number of measurements n and partial measurement length lu.

Figure 6 より以下のことが言える。

- 一回の測定長 lu が大きなほど、また、測定ポイント数 n が多いほど誤差拡大率 K_e は小さくなる
- 一回の測定長 lu が小さな (lu < 10 m)場合、K_e を 2 程度に抑えるには n を多め(n ~ 100)にする必要がある
- 一回の測定長 lu を長く(lu > 20 m)できる場合、測定ポイント数 n を多く (n > 40)しなくとも、 K_e を 2 未満に抑えることができる
- 総測定長 l = 100 m の場合、一回の測定長 lu = 5〜30 m、総測定ポイント数 n = 20〜100 の範囲において、誤差拡大率 K_e は、k = 0.5 の場合 15 程度もしくはそれ以下、k = 0.75 の場合 9 程度もしくはそれ以下となり、概ね 1 桁程度の増加となる

5. 結言

加速器のアライメント評価において広く用いられる測量網を用いたアライメント評価方法に対し、スティッチングにおける誤差伝播モデルを適用することで、誤差伝播を解析的に求めた。

ここでは、cERL の周長 l =約 100 m の周回部に設置された機器のアライメント評価へ適用することを念頭に、一回の測定範囲 lu,測定間隔 s,重なり部分の割合 k などに対する誤差拡大率 K_e の変化から、測量用基準座数や測定条件による誤差伝播量の変化を見積もった。

今後は、実際の測量結果との比較を通して、見積り方法や見積り値の妥当性を評価する。

参考文献

[1] 久米、江並、東、上野, 「スティッチング法を用いた形状測定における誤差伝播(第 2 報)誤差伝播モデルの見直し」, 2010 精密工学会秋季全国大会予稿集, H14.

[2] 坂中ら、「コンパクト ERL 入射部の建設と周回部の建設状況」, 第 10 回日本加速器学会年会, SUP027 (2013).