

六極電磁石用に最適化されたハーモニックコイルの製作と磁場測定法 CONSTRUCTION OF HARMONIC COILS OPTIMIZED FOR THE SEXTUPOLE MAGNETS AND ITS FIELD MEASUREMENT METHOD

妻木孝治^{#, A)}, 深見健司^{A)}, 満田史織^{A)}, 鍛冶本和幸^{B)}

Koji Tsumaki^{#, A)}, Kenji Fukami^{A)}, Chikaori Mitsuda^{A)}, Kazuyuki Kajimoto^{B)}

^{A)}JASRI/SPring-8, ^{B)}SPring-8 サービス

Abstract

The next generation ultra-low emittance storage rings have large chromaticities and small dispersion, which leads to stronger sextupole magnets. The higher harmonic field components increase with the increment of sextupole field and further reduce the small dynamic aperture. Thus we need to measure the higher field components precisely as well as the sextupole field. But in harmonic coil measurement, spurious fields are generated from rotation and position errors of the coil, which prevent the precise measurement of magnetic fields. We studied to eliminate the spurious field of harmonic coil and measure the main sextupole and higher harmonic components, precisely. We made the harmonic coils that have lower sensitivities to the spurious fields and measure the real field precisely. The procedure to measure magnetic center and magnetic fields using the coils is also described.

1. はじめに

次世代の超低エミッタンスリング^[1]は、色収差が大きくエネルギー分散関数が小さいため、色収差補正用の六極電磁石の磁場勾配が従来に比べ一桁以上強くなる^[2]。それにつれ高磁場成分も強くなるとともに、磁場の飽和領域近くで使用するためそれによっても高磁場成分が発生する。これらの磁場成分は小さなダイナミックアパーチャをさらに小さくする可能性があるため、六極電磁石の主成分のみならず多極磁場成分も精度よく測定する必要がある。

ハーモニックコイルを用いて磁場測定を行う場合、コイルの中心と回転中心がずれていたたり、回転が一樣でなかったり、エンコーダが正確でなかったりすると、見かけの磁場が発生する。コイルはみかけの磁場と実磁場が区別できないため、測定結果は誤差を含んだものとなり^[3]、精度の良い磁場測定ができないという問題がある。そこで六極電磁石の高精度磁場測定を目的として、見かけの磁場に不感で実磁場のみを測定するコイル配置について検討し、その結果を前回報告した^[4]。

今回、前回報告した検討結果に基づき、主成分である六極磁場測定用と高磁場成分測定用のハーモニックコイルを制作した。さらにこのコイルを用いて磁場中心を出し、磁場測定を実施する方法についても検討した。以下に制作したハーモニックコイルの概要、およびハーモニック成分の求め方、磁場中心の求め方、実際の手順について述べる。

2. ハーモニックコイルの製作

2.1 フラックス

ハーモニックコイルの出力を積分して得られるフラックスは次のように表される。

$$\Phi(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{NLr_0}{n} \left[\left(\frac{r_2}{r_0} \right)^n - \left(\pm \frac{r_1}{r_0} \right)^n \right] C(n) \cos(n\theta - n\alpha_n) \quad (1)$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} K_n C(n) \cos(n\theta - n\alpha_n) = \text{Re} \left[\sum_{n=1}^{\infty} K_n C(n) e^{in(\theta - \alpha_n)} \right]$$

ここで N はコイルのターン数、 L はコイルの長さ、 r_0 は任意のレファレンス半径、 r_1 と r_2 はコイル半径、 $C(n)$ と α_n は定数、 \pm の-は回転中心の反対側にコイル位置がある場合である。また K_n は、

$$K_n = \frac{NLr_0}{n} \left[\left(\frac{r_2}{r_0} \right)^n - \left(\pm \frac{r_1}{r_0} \right)^n \right] \quad (2)$$

トランスバース方向の振動やねじれ方向の振動があるとフラックスは次のようになる。

$$\begin{aligned} \Phi_n &= \text{Re} \left[K_n e^{in\theta} C(n) e^{-in\alpha_n} \right] \\ &+ \text{Re} \left[K_{n-1} e^{i(n-1)\theta} \frac{(n-1)D(\theta)}{r_0} C(n) e^{-in\alpha_n} \right] \\ &+ \text{Re} \left[inK_n T(\theta) e^{in\theta} C(n) e^{-in\alpha_n} \right] \end{aligned} \quad (3)$$

ここで $D(\theta)$ は位置の誤差、 $T(\theta)$ は角度の誤差を示す。角度の誤差は実際の角度誤差だけでなく読み出し誤差も含む。

2.2 高磁場成分測定用コイル

式(3)から位置の誤差 $D(\theta)$ や角度の誤差 $T(\theta)$ があると見かけのフラックスが測定されてしまい、それは感受率 K_{n-1} と K_n に比例することがわかる。逆に位置の誤差に対しては K_{n-1} を、角度誤差に対しては K_n を零にすることでみかけのフラックスが零

[#] tsumaki@spring8.or.jp

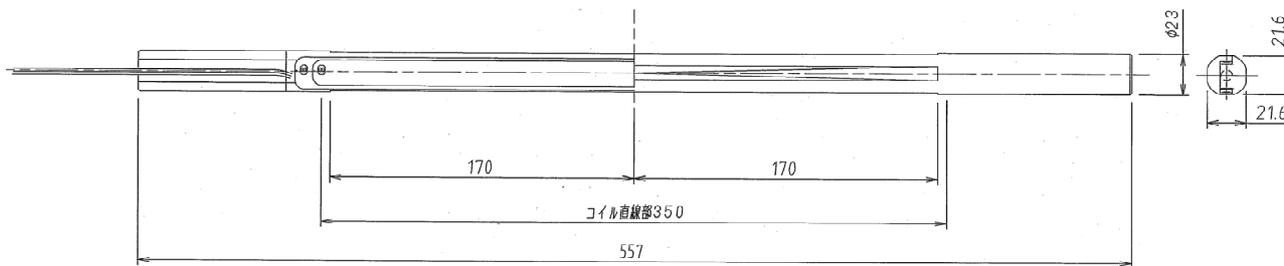


Figure 1: Harmonic coil for the measurement of higher harmonic components of sextupole magnets.

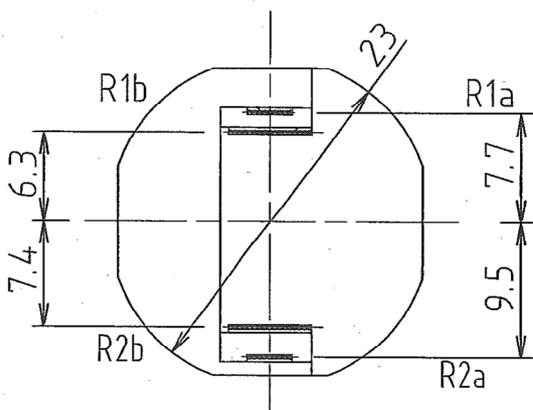


Figure 2: Cross section of the harmonic coil for the measurement of higher harmonic components of sextupole magnets.

になり、実磁場だけを測定できる。 n が 3 の六極電磁石の場合、式 (3) より位置の誤差および角度の誤差から発生する高磁場ハーモニック成分は、四極成分 ($n=2$) と六極成分 ($n=3$) に対する感受率を零にすることで消え、実磁場成分だけ残る。しかし、そのままでは実磁場の高ハーモニック成分に対する感受率も小さくなってしまふ。そこで 2 個のコイル、コイル A、コイル B を用いて、四極成分と六極成分の感受率を零に保ったまま、高磁場ハーモニック成分に対する感受率を最大化するようにコイル位置 r_{2A} 、 r_{1A} 、 r_{2B} 、 r_{1B} を決めた^[4]。すべての高ハーモニック成分の感受率を最適化することは難しいため、八極 ($n=4$) と十極成分 ($n=5$) のみ最大化するようにした。この時の感受率は次のように表せる。

$$K_2^{eff} = K_3^{eff} = 0 \quad (4)$$

$$K_4^{eff} = I_4 \left[1 - \left(\frac{r_{1A}}{r_{2A}} \right)^4 - \frac{N_B}{N_A} \left\{ \left(\frac{r_{2B}}{r_{2A}} \right)^4 - \left(\frac{r_{1B}}{r_{2A}} \right)^4 \right\} \right] \quad (5)$$

$$K_5^{eff} = I_5 \left[1 + \left(\frac{r_{1A}}{r_{2A}} \right)^5 - \frac{N_B}{N_A} \left\{ \left(\frac{r_{2B}}{r_{2A}} \right)^5 + \left(\frac{r_{1B}}{r_{2A}} \right)^5 \right\} \right] \quad (6)$$

$$I_n = \frac{LN_A r_{2A}^n}{nr_0^{n-1}} \quad (7)$$

ここで、 N_A, N_B はコイル A、コイル B の巻き数である。

図 1 図 2 に製作したハーモニックコイルの外形図と断面図を示す。コイルは S/N 比を良くするためできる限り面積が大きく、巻き数も多いほうが良い。しかしながら、測定する六極電磁石のボア径は 26 mm と非常に小さいため、コイルを大きくできない。コイルをあまりに大きくすると、磁場中心を求める際に電磁石にぶつけてしまう可能性がある。そこで 1.5 mm の余裕をみてコイルを収納するポビンの外径を $\phi 23$ mm (半径 11.5 mm) とした。ポビンの中には、2 個のコイル、コイル A、コイル B が巻かれている。コイルの基準となるコイル A の位置 r_{2A} はできるかぎり大きくしたかったが、製作上の限界から 9.5 mm とした。

コイルの位置 r_{1A}/r_{2A} は 0.5 から 0.8 程度にすれば良いことが分かっている。このとき r_{1A} と r_{1B} は中心に対して同じ側にくるが接近しすぎると線をまくことができない。 r_{1A}/r_{2A} が増えるほど両者の間隔はひらいてコイルを巻きやすくなるため製作メーカーと相談し r_{1A}/r_{2A} は 0.8 近辺にすることにした。実際には座標の値は二桁 (0.1 mm) の有効数字で決めたため r_{1A}/r_{2A} は 0.8105 となった。巻き線はできるかぎり巻き数をかせぎたかったので、外形 0.3 mm のホルマール銅線とした。表 1 にこのようにして決めたコイル巻き数、位置 r_{1A} 、 r_{2A} 、 r_{1B} 、 r_{2B} を、表 2 にコイルの位置の比と各成分の有効感受率を示す。

Table 1: Number of Coil Winding and Coil Position of Harmonic Coils for Higher Harmonic Field Measurement

	巻き数	位置 r_{2A}, r_{2B}	位置 r_{1A}, r_{1B}
コイル A	8	9.5 mm	7.7 mm
コイル B	16	7.4 mm	6.3 mm

Table 2: Normalized Coil Position and Effective Sensitivity

r_{1A}/r_{1B}	r_{2B}/r_{2A}	r_{1B}/r_{1A}	K_2^{eff}/I_2	K_3^{eff}/I_3	K_4^{eff}/I_4	K_5^{eff}/I_5
0.8105	0.781	0.662	0.9%	0.4%	22%	52%

2.3 主成分測定用コイル

位置ずれに対しては四極成分に対する感受率に比例して、角度誤差に対しては六極成分に対する感受率に比例して見かけ上の六極磁場成分が発生する。従って四極成分と六極成分に対する感受率を零にすれば、見かけの六極成分は測定されなくなる。しかし本来測定したい成分が六極成分なので、六極成分

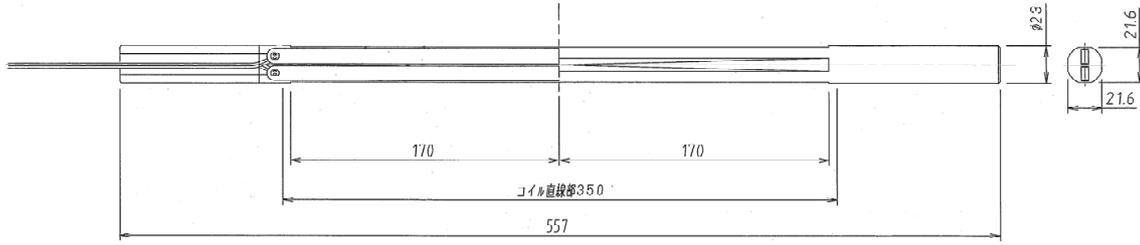


Figure 3: Harmonic coil for the measurement of main field component of sextupole magnets.

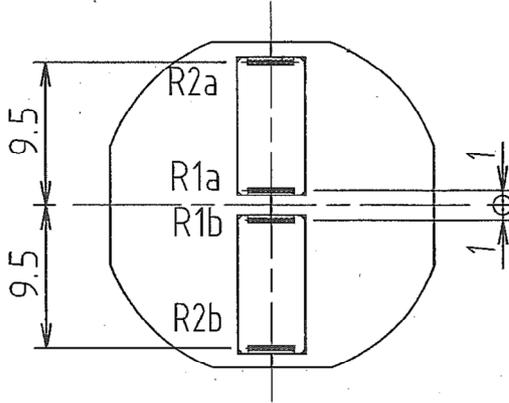


Figure 4: Cross section of the harmonic coil for the measurement of main field component of sextupole magnets.

に対する感受率は零にすることはできず、逆に最大化する必要がある。従って、主磁場成分である六極成分を測定するためには、四極成分に対する感受率 $K_2^{eff} = 0$ の条件のもとで、 K_3^{eff} を最大化するようコイル配置を決めた。この時の感受率は次のようになる。

$$K_2^{eff} = 0 \quad (8)$$

$$K_3^{eff} = \frac{2N_A L r_{2A}^3}{3r_0^2} \left[1 - \left(\frac{r_{1A}}{r_{2A}} \right)^3 \right] \quad (9)$$

図3に主成分測定用のハーモニックコイルの外形図を、図4に断面図を示す。2個のコイルは左右対称で、外側のコイル位置は高ハーモニック成分測定用コイルと同じ9.5mmで内側のコイル位置は製作上から1mmとした。表3にコイル巻き数と位置を示す。

Table 3: Number of Coil Winding and Coil Position of Harmonic Coils for Main Field Measurement

	巻き数	位置 r_{2A}, r_{2B}	位置 r_{1A}, r_{1B}
コイル A	8	9.5 mm	1.1 mm
コイル B	8	9.5 mm	1.1 mm

3. 磁場測定

3.1 積分器の出力と積分磁場

実際の積分器ではある角度範囲 $\Delta\theta$ の積分が出力されるため、出力は次のようになる。

$$\begin{aligned} & \Phi\left(\theta + \frac{\Delta\theta}{2}\right) - \Phi\left(\theta - \frac{\Delta\theta}{2}\right) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} K_n C(n) \cos\left[n\left(\theta + \frac{\Delta\theta}{2}\right) - n\alpha_n\right] - \sum_{n=1}^{\infty} K_n C(n) \cos\left[n\left(\theta - \frac{\Delta\theta}{2}\right) - n\alpha_n\right] \quad (10) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \left[-2\sin\left(\frac{n\Delta\theta}{2}\right) K_n B_n \sin(n\theta) - 2\sin\left(\frac{n\Delta\theta}{2}\right) K_n A_n \cos(n\theta) \right] \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \left[B_{n0} \sin(n\theta) + A_{n0} \cos(n\theta) \right] \end{aligned}$$

$$B_n = C(n) \cos(n\alpha_n) \quad (11)$$

$$A_n = -C(n) \sin(n\alpha_n) \quad (12)$$

$$B_{n0} = -2\sin\left(\frac{n\Delta\theta}{2}\right) K_n B_n \quad (13)$$

$$A_{n0} = -2\sin\left(\frac{n\Delta\theta}{2}\right) K_n A_n \quad (14)$$

ここで B_n がノーマル成分、 A_n がスキュー成分である。また FFT の出力は B_{n0} 、 A_{n0} となる。

3.2 磁場中心

コイル座標系を (x, y) 、電磁石座標系を (x', y') 、コイル座標系から見た電磁石座標系の原点を $z_0 = x_0 + iy_0$ とすると電磁石座標系で $z' = x' + iy'$ の位置にある磁場の強さは、

$$B(z') = \sum_{n=1}^{\infty} \left[C'(n) e^{-in\alpha_n} \left(\frac{z'}{r_0} \right)^{n-1} \right] \quad (15)$$

コイル座標系では、

$$\begin{aligned} B(z) &= B(z_0 + z') = \sum_{k=1}^{\infty} \left[C(k) e^{-ik\alpha_k} \left(\frac{z' + z_0}{r_0} \right)^{k-1} \right] \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=n}^{\infty} \left[C(k) e^{-ik\alpha_k} \frac{(k-1)!}{(n-1)!(k-n)!} \left(\frac{z'}{r_0} \right)^{n-1} \left(\frac{z_0}{r_0} \right)^{k-n} \right] \quad (16) \end{aligned}$$

式(15) (16) より、

$$C'(n)e^{-in\alpha'_n} = \sum_{k=n}^{\infty} \left[C(k)e^{-ik\alpha_k} \frac{(k-1)!}{(n-1)!(k-n)!} \left(\frac{z_0}{r_0} \right)^{k-n} \right] \quad (17)$$

2n 極の磁石の中心は 2(n-1)極成分が零になるところであるから、

$$C'(n-1)e^{-i(n-1)\alpha'_{n-1}} = C(n-1)e^{-i(n-1)\alpha_{n-1}} + (n-1)C(n)e^{-in\alpha_n} \left(\frac{z_0}{r_0} \right) + \dots = 0 \quad (18)$$

一次の項だけとると、

$$\frac{z_0}{r_0} = \frac{\Delta x}{r_0} + i \frac{\Delta y}{r_0} = -\frac{C(n-1)}{(n-1)C(n)} e^{i[n\alpha_n - (n-1)\alpha_{n-1}]} \quad (19)$$

従ってコイル中心と磁場中心の差は、

$$\Delta x = -\frac{r_0 C(n-1)}{(n-1)C(n)} \cos[n\alpha_n - (n-1)\alpha_{n-1}] \quad (20)$$

$$\Delta y = -\frac{r_0 C(n-1)}{(n-1)C(n)} \sin[n\alpha_n - (n-1)\alpha_{n-1}] \quad (21)$$

4. 測定手順

4.1 磁場中心の測定

主成分測定用のコイルを用いる。そのままでは四極成分が測定できないので2個あるコイルのうち一つのコイルを用いて磁場中心を求める。磁場中心は次の通り。

$$\Delta x = -\frac{C(2)}{2C(3)} r_{2A} \cos(3\alpha_3 - 2\alpha_2) \quad (22)$$

$$\Delta y = -\frac{C(2)}{2C(3)} r_{2A} \sin(3\alpha_3 - 2\alpha_2) \quad (23)$$

ここで、

$$C(2) = -\frac{B_{20}}{2 \sin\left(\frac{2\Delta\theta}{2}\right) K_2 \cos(2\alpha_2)} \quad (24)$$

$$C(3) = -\frac{B_{30}}{2 \sin\left(\frac{3\Delta\theta}{2}\right) K_3 \cos(3\alpha_3)} \quad (25)$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{2} \text{ark tan}\left(-\frac{A_2}{B_2}\right) \quad (26)$$

$$\alpha_3 = \frac{1}{3} \text{ark tan}\left(-\frac{A_3}{B_3}\right) \quad (27)$$

この状態ですべてのハーモニック成分を測定しておく。

4.3 主成分の測定

コイルを四極成分が打ち消し合うようにつなぎ直し、積分磁場 BL 積を測定する。BL 積は、

$$\frac{L_m}{2} \frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2} = -\frac{B_{30} L_m}{2 \sin\left(\frac{3\Delta\theta}{2}\right) K_3 r_{2A}^2} \quad (28)$$

ただし LM は電磁石の長さ。

4.3 高ハーモニック成分の測定

コイルを高ハーモニック成分用（八極、十極）に切り替え、八極成分、十極成分を測定する。八極成分と十極成分の BL 積は、

$$\frac{L_m}{3!} \frac{\partial^3 B_y}{\partial x^3} = -\frac{B_{40} L_m}{2 \sin\left(\frac{4\Delta\theta}{2}\right) K_4 r_{2A}^3} \quad (29)$$

$$\frac{L_m}{4!} \frac{\partial^4 B_y}{\partial x^4} = -\frac{B_{50} L_m}{2 \sin\left(\frac{5\Delta\theta}{2}\right) K_5 r_{2A}^4} \quad (30)$$

5. まとめ

ハーモニックコイルは精度の良い磁場測定の方法であるが、コイルの位置ずれや角度誤差があると見かけの磁場が発生してしまい、測定誤差の原因となる。この見かけの磁場に対して感度が低く、実磁場のみを正確に測定するハーモニックコイルを製作した。製作したコイルは六極電磁石の主成分測定用のものと、高ハーモニック成分測定用の2種類である。またこのハーモニックコイルを使って磁場中心や磁場成分を求める方法について検討した。

今後実際の六極電磁石を用いて磁場測定を行い有効性を確認する予定である。

参考文献

- [1] M. Bei et al., "The Potential of an Ultimate Storage Ring for Future Light Sources", Nucl. Instr. and Meth. A 622, (2010), 518.
- [2] K. Fukami, "SPRING-8 upgrade: Strong Magnets for Ultimate Storage Ring", ICFA Beam Dynamics Mini Workshop on Low Emittance Ring 2011, Heraklion, Greece.
- [3] A. K. Jain, "Harmonic Coils", CERN 98-05, 1998, p. 175.
- [4] K. Tsumaki et al., "Optimization of a Harmonic Coil for the Field Measurement of Sextupole Magnets", Proc. of the 10th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan.