

MRI サイズの小型リングへ入射するための高度の X-Y 結合を伴う 3次元螺旋入射手法の開発

DEVELOPMENT OF THREE-DIMENSIONAL SPIRAL BEAM INJECTION SCHEME WITH X-Y COUPLING BEAM FOR MRI SIZED COMPACT STORAGE RING CONFERENCES

飯沼 裕美^{#,A)}, 阿部 充志^{B)}, 生出 勝宣^{B)}, 大沢 哲^{B)}, 佐々木 憲一^{B)}, 中山 久義^{B)}, 久松 広美^{B)},
深尾 祥紀^{B)}, 古川 和朗^{B)}, 三部 勉^{B)}, リーマン ムハマド アブドウル^{C)}

Hiromi Iinuma^{#,A)}, Mitsushi Abe^{B)}, Katsunobu Oide^{B)}, Satoshi Ohsawa^{B)}, Ken'ichi Sasaki^{B)}, Hisayoshi Nakayama^{B)},
Hiromi Hisamatsu^{B)}, Yoshinori Fukao^{B)}, Kazuro Furukawa^{B)}, Tsutomu Mibe^{B)}, Muhammad Abdul Rehman^{C)}

^{A)} Ibaraki University, ^{B)} KEK, ^{C)} SOKENDAI

Abstract

A newly developing three-dimensional spiral injection scheme for the beam insertion into a compact (medical MRI size) ring is introduced. The new scheme provides a smooth injection utilizing a radial solenoidal fringe field of a storage magnet. Because of its axial symmetric field shape, the beam phase space requires a strong X-Y coupling at the injection point. To meet the requirements from physics goal, we remove any device, which causes the electric field in this injection scheme. In this paper, we will discuss the outline of the new injection scheme, emphasizing an importance of a X-Y coupling in the beam phase space. Then we introduce design status of a vertical kicker and a weak focusing field in the storage volume.

1. はじめに

ミューオン異常磁気モーメント($g-2$) は、堅牢な標準理論の予言値と、実験結果にズレの兆候がある数少ない物理量の一つである。1970年代から欧米で実験が繰り返され、最新の実験は1997年のE821実験(米国BNL)で精度 0.54ppm を達成[1]している。そして標準理論の予言値とのズレは3シグマ以上であると言う結果を出している。この値は新物理の有無を決定づけるには十分ではなく、実験精度、理論の予言精度を更に向上させねばならない。

ミューオン電気双極子モーメント(EDM)の存在は CP 対称性の破れの証拠となるので、実験的な直接検出は直ちに未知の新物理の証拠発見になる。E821 実験では、実験精度の範囲内でゼロであると報告している[1]が、直接的な測定方法ではなく、ゼロと結論づけるには不十分である。

J-PARC MLF のミューオンビームを用いて、ミューオン $g-2$ と EDM の精密測定実験を行う準備が進んでいる。これら物理量は、Equation (1)に示すように、スピン歳差運動の角運動量ベクトル $\vec{\omega}$ の直交成分になるので、原理的には二つ同時に測定可能である。

$$\vec{\omega} = \frac{q}{m} \frac{g-2}{2} \vec{B} + \frac{q}{m} \frac{EDM}{2} \vec{\beta} \times \vec{B} \quad (1)$$

ただし、両者のベクトルの大きさは大きく異なり、 $g-2$ を1とすると EDM 起源のベクトルの大きさは 1000 分の 1 (E821 実験の上限値程度と仮定して)であるため、両者を分離するには式(1)中の \vec{B} と $\vec{\beta} \times \vec{B}$ の項を高精度で制御

する必要がある。サブ ppm レベルの高精度磁場調整された蓄積リング内にビーム蓄積軌道面の安定度 0.1mrad で保持すること、かつ、EDM 測定の理想「電場が存在せず、サブ ppm で精密調整された静磁場中にビームを蓄積」を目標にすれば良い。これを実現するために、過去に行われた実験手法[1, 2]を踏襲せずに、独立な実験手法を新規に開発した。まず、蓄積リングとして医療用 MRI サイズ、直径 70cm 程度の小型リングを採用する。Figure 1 に示すように、従来実験方式の蓄積リング直径 14m から 20 分の 1 コンパクト化を可能にし、磁場調整精度のサブ ppm レベルを達成する。また、J-PARC MLF で生成される超冷ミューオンビーム[3]を線形加速器で再加速[4]して得る低エミッタンスビームを用いれば、蓄積リング内に強収束電場は必要ではなく、弱収束磁場のみでビームを蓄積領域内に保持できる[5]。一方、MRI サイズの小型蓄積リングに相対論的運動量まで加速されたビームを入射・蓄積を行う事は、加速器技術としても前例がなく、実験の成否を決める重要な研究開発要素技術の一つである。本論文では MRI サイズの小型リングへビーム入射するための新規開発した 3次元螺旋入射方式について議論する。

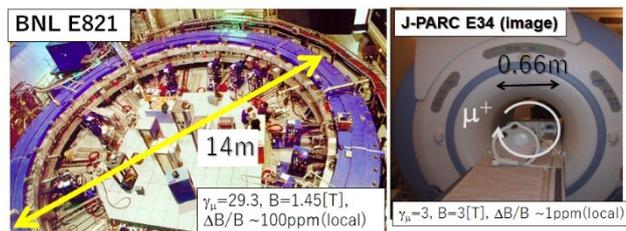


Figure 1: Storage ring scale comparison. Left: BNL-E821[1]; Right: New $g-2$ /EDM experiment at J-PARC.

[#]hiromi.iinuma.spin@vc.ibaraki.ac.jp

2. 3次元螺旋入射の概要

ミュオン LINAC[4]で運動量 $300\text{MeV}/c$ ($\gamma\mu=3$)に加速されたビームを医療用 MRI 磁石の技術に応用した磁場強度 3T のソレノイド型磁石に入射・蓄積を行う手順の概要を説明する。磁場中のサイクロトロン運動の直径は 66cm、サイクロトロン周期は 7.4nsec ほどになる。一般的な蓄積リングへの入射手法(サイクロトロン 1 周期以内に水平キックを与えて定常軌道へと誘導する)はキッカー電源からの制約で技術的に困難であるため、Fig. 2 に示すように 3 次元螺旋軌道を描く入射手法を考案した[5]。

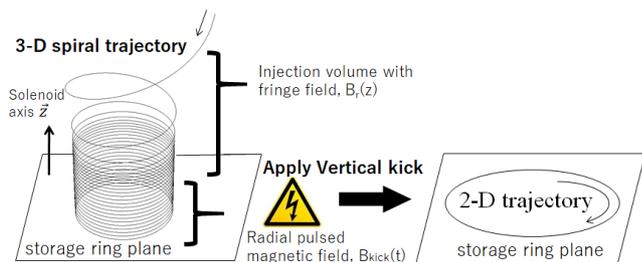


Figure 2: Outline of 3-D spiral injection scheme.

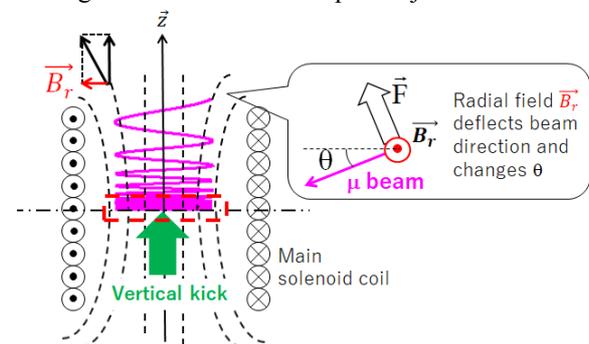


Figure 3: Solenoidal-fringe field control beam deflection.

Figure 3 に示すソレノイド磁場のフリンジ磁場を利用して斜め上から入射したビームは径方向磁場 B_r により入射角 θ が減少していく。ソレノイド磁石の中心付近に近づいたら、パルス磁場による垂直キックをビームに与え、入射角 θ を数 mrad 未満にする。蓄積領域内には主となるソレ

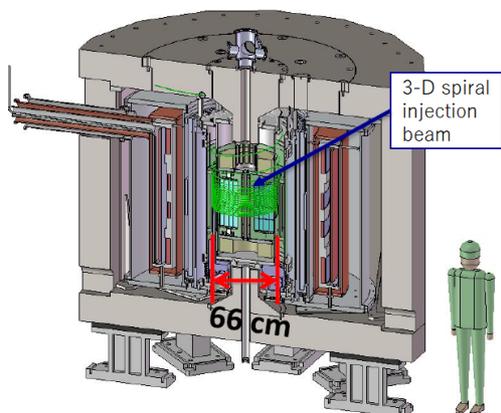


Figure 4: Drawing image of storage magnet.

ノイド磁場成分に加え、ビームの蓄積領域には弱収束磁場を付加してビームの運動を保持する。Figure 4 に現在設計中の蓄積磁石を示す。医療用 MRI とは異なり、蓄積磁石の大部分を鉄ヨークで覆うことができる。ミュオンビームを通す穴や、実験機材の動力ライン、冷却水ラインなどの最低限の穴を開けるのみで済むため、蓄積磁石外側の装置に起因する蓄積磁場の外乱を最小限に抑えることができる。

3. 入射領域の磁場分布とビーム位相空間

3.1 設計軌道に沿った入射領域の径方向磁場分布

Figure 5 の左側に入射領域(鉄ヨーク内側の $110 > z > 39\text{ cm}$)のビーム軌道に沿った径方向磁場を示す。右に 3 次元設計軌道、入射領域、キッカー領域 ($39 > z > 0\text{ cm}$)、そして蓄積領域 ($|z| < 5\text{ cm}$) について、それぞれ黒線、灰色線、赤線を示す。また、垂直キック用の径方向磁場を生成するキッカーコイル(水色)も合わせて示す。入射領域の B_r 分布は高さ 80cm の地点で極大を持つ。これは、ソレノイド主コイルの縁に相当する。図中の point1~9 は右側の軌跡上の○印に相当する。鉄ヨーク外側の入射地点 point 0 は□印で示す。入射後、最初のサイクロトロン 2 周程度の間に入射角 θ は 44mrad から 30mrad になる。現設計では高さ $z=39\text{ cm}$ の地点でキッカーコイルからのパルス磁場を受けて、 $z=0\text{ cm}$ 付近では $\theta < 5\text{ mrad}$ に収めるよう制御する。

次節に入射地点で要求されるビーム位相空間の形状と、入射中のビーム形状について議論する。

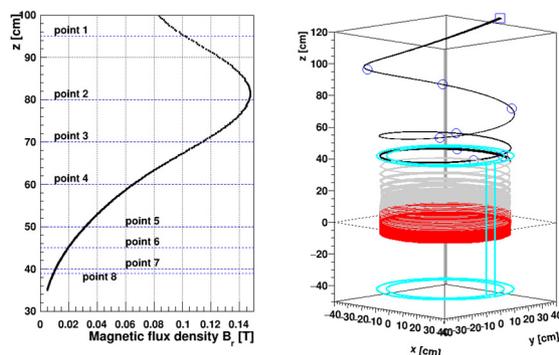


Figure 5: Fringe field of injection volume (left) and design trajectory of 3-D spiral injection (right).

3.2 軸対称磁場中の X-Y 結合

ソレノイド磁場は軸対称磁場であるため、ビームは適切な X-Y 結合を与えねばならない。ここで、X-Y 結合とはビーム中心を原点に取り、ビーム進行方向を Z 軸とした場合、水平方向(X 軸)、鉛直方向(Y 軸)のビーム運動が相関を持つ状態をいう。通常のビームや、J-PARC MLF で得る超冷ミュオンビームは X-Y 結合を持たないため、加速後のビーム形状を以下のように仮定した。

$$\begin{aligned}\sigma_{\Delta X-\Delta X'} &= 0.3 \pi \text{ mm} - \text{mrad} \\ \sigma_{\Delta Y-\Delta Y'} &= 0.1 \pi \text{ mm} - \text{mrad}\end{aligned}$$

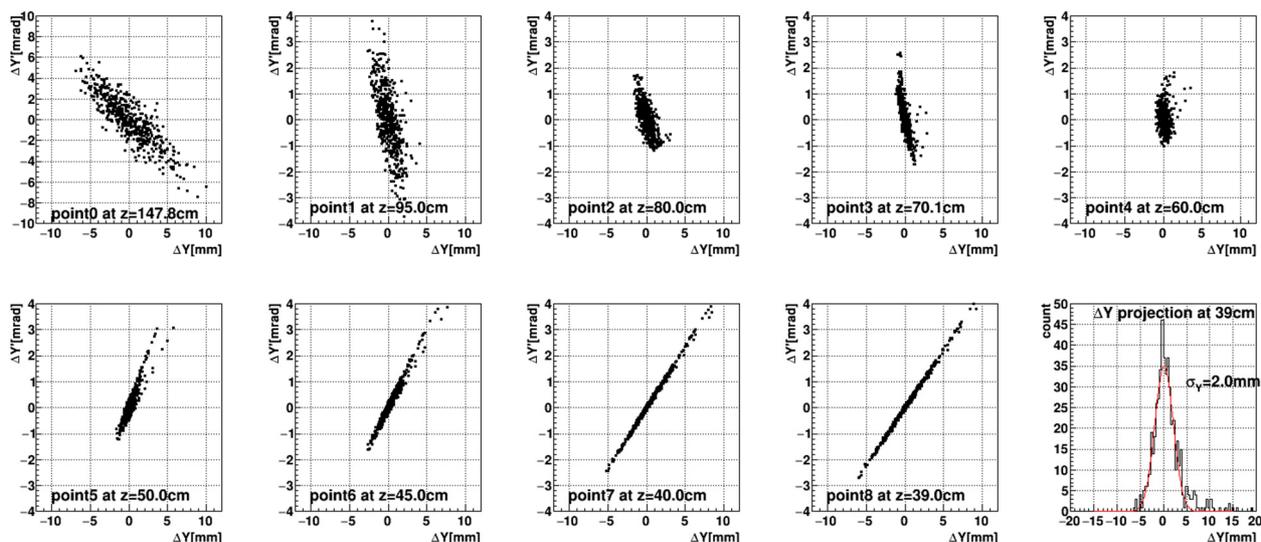


Figure 7: $\Delta Y-\Delta Y'$ phase space plots with different position in the injection volume.

Figure 6 の赤点は 500 サンプルのビーム分布を示す。黒点は適切な X-Y 結合を与える転送行列 M を赤点の分布にかけて得たものである。

ただし、

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a_x & 1 & 0 \\ 0 & a_y & 1 \end{bmatrix}, U = \begin{bmatrix} \mu I & -R_4 & R_2 \\ R_1 & R_2 & -R_1 \\ R_3 & R_4 & \mu I \end{bmatrix}$$

$$\mu = \sqrt{1 - (R_1 R_4 - R_2 R_3)} \quad (3)$$

a_x, a_y は、 $\Delta X-\Delta X'$, $\Delta Y-\Delta Y'$ の相関の傾きに相当する。行列 U は Fig. 6 の $\Delta X-\Delta Y$ 相関、 $\Delta X'-\Delta Y'$ 相関を与える。

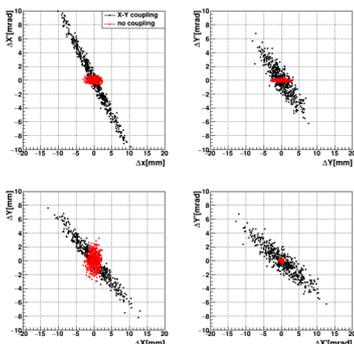


Figure 6: Beam phase-space shape at the injection point.

Table 1: Parameters in Transfer Matrix: M

parameters	Numeric value
a_x, a_y	-0.9845, -0.7528
R_1, R_2	-1.0975, -2.36
R_3, R_4	-2.865, -1.92

これを蓄積磁石のヨーク外側の蓄積面から高さ 147.8cm の point 0 から入射する。Figure 7 に point 0 ~ point 8 までのビーム座標系 Y 成分の位相空間分布 (基準軌跡が原点にある場合のビームの大きさ・角度の広がり) を示す。入射地点では $\Delta Y-\Delta Y'$ の傾きが負のフォーカス状態だが、 $z=60\text{cm}$ の point 4 で最も収束し、それ以降は $\Delta Y-\Delta Y'$ の傾きが正の発散状態になっている。この区間の発散を極力小さく抑えるように、Fig. 6 の入射地点 (point 0) での入射ビームパラメータ調整; 特に $\Delta Y-\Delta Y'$ 相関および、 $\Delta X-\Delta Y$ 相関を最適化している。Figure 7 の右下の図に示すように point-8 のキックポイントでの ΔY 分布を正規分布でフィットすると、 $\sigma=2\text{mm}$ を得た。Equation (2), Eq. (3) に転送行列 M を示す。また、Table 2 に、各パラメータをまとめる (パラメータ決定方法の詳細は論文[5]を参照)。

$$M = U^{-1}D \quad (2)$$

Figure 8 に転送行列 M を満足する輸送ビームラインのイメージを示す。斜め 25 度 (~44mrad) 入射のため、2 つの垂直偏極磁石 (図中黄色に示す) と、X-Y 結合を与えるために、8 つの任意角度の回転 4 極を図中の Q3~Q10 に設置する予定である。

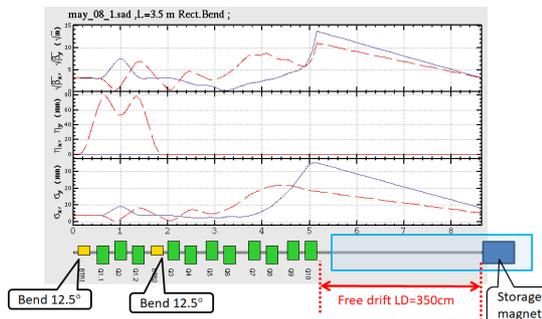


Figure 8: A draft idea of beam transport line.

4. 垂直キッカー

ソレノイドフリッジ静磁場で高さ $z=39\text{cm}$ 付近まで到達したビームは、Figure 5 の水色で示す円形コイルから、Eq. (4)、(5) に示す半サイン形状のパルス磁場[5]を生成し、蓄積領域へと誘導される。キッカーコイルからの磁場はソレノイド軸方向の磁場を打ち消し合い、径方向磁場を主に与える。

$$B_{kick}(z, t) = B_r(z) \sin\left(\frac{2\pi}{T_{kick}}t\right) \times g \quad (4)$$

$$g = 1, \text{ if } t < T_{kick}/2$$

$$g = 0, \text{ if } t > T_{kick}/2 \quad (5)$$

Figure 9 に、キック領域についてのソレノイド軸方向(z 軸)のビーム位置と角度 θ の相関を示す。灰色線はキッカーによりビーム軌道が制御されている様子を示し、赤線は弱収束磁場により、磁場ポテンシャル内にビームが保持されている様子を示す。更に Fig.9 にキック直後の z 分布を示す。正規分布でフィットした場合、 $\sigma_z=5.1[\text{cm}]$ となっている。

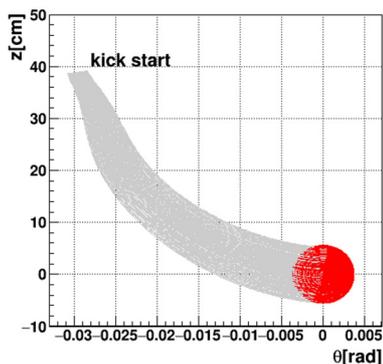


Figure 9: Vertical trajectory in the kick volume.

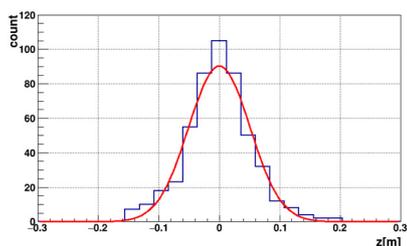


Figure 10: Z-distribution at the end of the kick.

5. 弱収束磁場

垂直キックを受けて蓄積領域まで誘導されたビームは、弱収束磁場により一定領域内に保持される。ソレノイド中心平面($Z=0$)付近、 $|Z| < 5\text{cm}$ 以内の磁場分布は Eq. (6)、(7) を満足するように精密調整されている。

$$B_r(z) = -n \frac{B_0}{r_0} z \quad (6)$$

$$B_z(z, r) = B_0 \left\{ 1 - n \frac{r-r_0}{r_0} + \frac{1}{2} \left(\frac{z}{r_0}\right)^2 \right\} \quad (7)$$

Figure 11、Fig. 12 に径方向位置 $r_0=33.3\text{cm}$ 地点におけ

る Z 方向の分布を、それぞれ径方向成分、 Z 軸成分について示す(収束磁場の精密調整の詳細は[6]を参照)。四色の線は、弱収束磁場の強度を示す“n-value”の違いに相当し、Table 2 に 5 通りの例を示す。

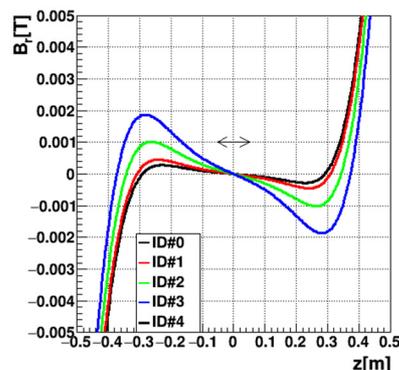


Figure 11: Radial field distribution at $r_0=33.3\text{cm}$.

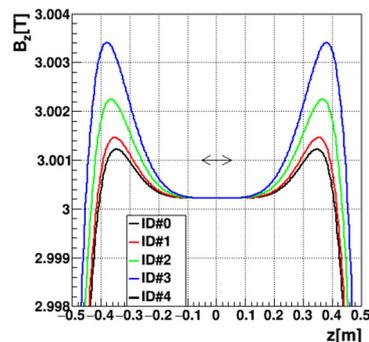


Figure 12: Vertical field distribution at $r_0=33.3\text{cm}$.

Table 2: Comparisons of n-Values and Kicker Parameters

ID#	n-value	$B_r(z=0)$	$T_{kick}/2$	RMS
	$\times 10^{-4}$	[Gauss]	[nsec]	[cm]
1	0.98	2.825	257.3 / 2	9.6
2	1.46	3.016	252.0 / 2	9.3
3	2.92	3.515	244.7 / 2	8.8
4	4.86	4.071	192.6 / 2	7.0

Table 2 に示すように異なる n-value の弱収束磁場に於いて垂直キッカーのパラメータも調整する。各 n-value に対する最適値を Table 2 の 3 列目、4 列目にまとめる。Figure 13 にキック直後の Z 方向のビーム分布を示す。線の色は Table.2 の ID#1~5 に相当する。n-value が大きいほど、 Z 方向ビームサイズを小さくすることができるが、強い垂直キック磁場が必要になる。弱収束磁場による Z 方向のベータatron振動の周波数は $f_z = \sqrt{n}$ により与えられるため、n-value の最適解は、垂直キッカーのパラメータと合わせて、スピン歳差運動周期と f_z が干渉しないように、調整を行わねばならない。

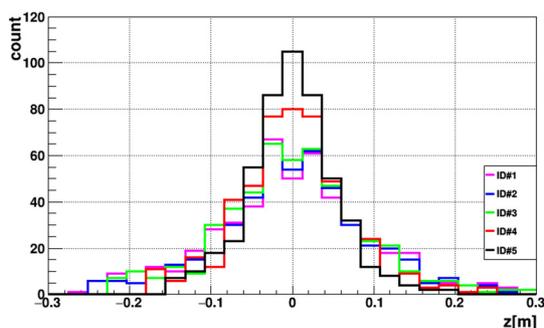


Figure 13: Beam z-distributions with different n-values and kicker parameters of item#1~5.

6. 入射区間のスピントラック

入射領域、キッカー領域においても、ミューオンスピンは磁場を感じるの先に述べた Eq. (1)を用いて Eq. (8) に示すようにスピンベクトルも時間変動し、そしてスピン歳差運動をする。

$$\frac{d}{dt} \vec{S} = \vec{\omega} \times \vec{S} \quad (8)$$

Figure.13 にキック、および蓄積中の単粒子についてのスピンベクトルの動きを時間の関数で示す。キック期間を示すために、z 成分の運動量の時間変動も合わせて示す。キック完了後(t > 96nsec)の垂直方向のベータatron振動は非常に小さいため、この図では見えない。歳差運動周期は Eq. (9)で示すように、スピンベクトルと運動量ベクトルの内積で求められ、

$$\cos \omega = \vec{\beta} \cdot \vec{S} \quad (9)$$

になる。これを、Fig.14 中の黒線で示すと共に、Fig.15 に歳差運動半周期程度まで時間軸を伸ばした図を示す。

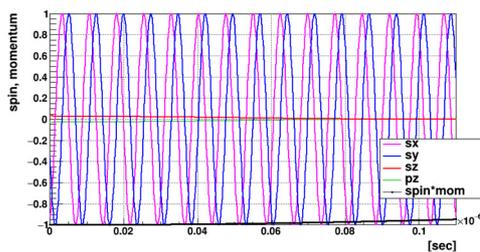


Figure 14: Spin motion of a single track.

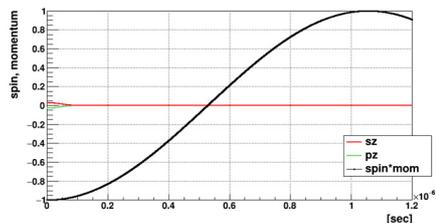


Figure 15: $(\vec{S} \cdot \vec{\beta})$ of a single track.

キック開始時のスピンの向きと運動量の向きは半平行としているため、時刻 t=0 で内積 $(\vec{\beta} \cdot \vec{S})=-1$ からスタートし、式(1) から期待されるスピン歳差運動の周期 2.2 μ sec の半分で内積 $(\vec{\beta} \cdot \vec{S})=1$ に到達している。

Figure 16 にキック終了時(t =96 nsec)に於ける内積 $(\vec{\beta} \cdot \vec{S})=0.99$ の広がり 500 サンプル分を示す。この図より、キック期間中のスピンベクトルの広がり運動量ベクトルに対して数 μ rad 程度なので、問題にならない。

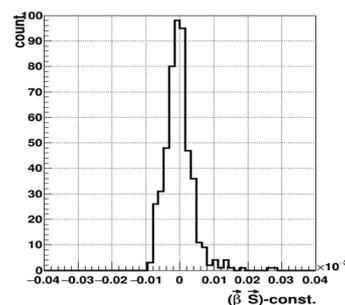


Figure 16: $(\vec{\beta} \cdot \vec{S})$ distribution at the end of the kick.

7. まとめと今後の方針

標準理論を越えた物理探索のため、新しい実験方式によるスピン歳差運動の精密測定を行う J-PARC g-2/EDM 実験が進んでいる。EDM 測定の理想「電場が存在せずに磁場精度サブ ppm の精密調整された静磁場中にビームを蓄積」を目標に、従来の実験方式に比べ半径が 10 分の1小さい MRI サイズの単ユニットソレノイド型超電導磁石内部にミューオンビームを蓄積する手法を議論した。特に、蓄積領域内の弱収束磁場は、入射後のソレノイド軸方向のビームサイズの制御に必要であり、収束磁場の強さと垂直キッカーのパラメータ調整の最適化について議論した。本論文では詳細は触れないが、3次元螺旋軌道入射手法を実証するためのテストベンチ実験も行っている[7]。

今後は、蓄積領域内での弱収束磁場によるベータatron振動、歳差運動周期との相関を調べ、最適な弱収束磁場パラメータを決定すると同時に、転送行列 M を満足する輸送ライン(LINAC 出口からの蓄積磁石入射口まで)の詳細設計を行う。

謝辞

本研究は、科学研究助成事業(科研費) JP26287055 および、JP23740216 のサポートを受けています。

参考文献

- [1] G.W.Bennett, *et al.*, Phys. Rev. D 73 (2006), 072003.
- [2] <http://muon-g-2.fnal.gov>
- [3] P. Bakule, *et al.*, Jun 17, 2013. 11 pp. Published in PTEP (2013) 103C01; G.A. Beer, *et al.*, Prog. Theor. Exp. Phys. 091C01 (2014).
- [4] S. Bae, *et al.*, Phys. Rev. Accel. Beams 21, 050101 (2018).
- [5] H. Iinuma, *et al.*, Nucl. Instrum. Meth. A832 (2016)51-62.
- [6] M. Abe, *et al.*, Nucl. Instrum. Meth. A890 (2018) 51-63.
- [7] M. A. Rehman *et al.*, “THP006 Development of the Pulsed Magnetic Kicker for the Spiral Injection Test Experiment”, Proceedings of the 15th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan, Nagaoka, Japan, Aug. 7-10, 2018.