

# KEK-STF における極低エミッタンス扁平ビーム生成実験 GENERATION OF LOW EMITTANCE FLAT BEAM IN KEK-STF

田村遼平<sup>A)</sup>, 栗木雅夫<sup>A)</sup>, 早野仁司<sup>B)</sup>, 山本尚人<sup>B)</sup>, 金秀光<sup>B)</sup>, 清宮裕司<sup>B)</sup>  
鷲尾方一<sup>C)</sup>, 坂上和之<sup>D)</sup>, 柏木茂<sup>E)</sup>  
Ryohei Tamura<sup>A)</sup>, Kuriki Masao<sup>A)</sup>, Hitoshi Hayano<sup>B)</sup>, Naoto Yamamoto<sup>B)</sup>, Xiuguan Jin<sup>B)</sup>, Yuji Seimiya<sup>B)</sup>

<sup>A)</sup> Hiroshima University Graduate School of Advanced Sciences of Matter

<sup>B)</sup> High Energy Accelerator Research Organization

<sup>C)</sup> Waseda University

<sup>D)</sup> University of Tokyo

<sup>E)</sup> Tohoku University

## Abstract

In Linear Collider, the beam geometry has to be flat in transverse direction to maximize the luminosity and to minimize the beam-beam effect, simultaneously. In the current design (ILC TDR, 2013), the flat beam (1/250 in emittance ratio) will be made by radiation damping in a storage ring, but we propose an alternative method with phase-space rotation technique at the injector. In this method, both x-y and x-z rotations are employed to generate the flat beam for International Linear Collider. We plan to carry out beam tests at STF (Superconducting Test Facility)- KEK. We present the simulation result of the flat beam generation at STF.

## 1. はじめに

国際リニアコライダー (International Linear Collider, ILC)は重心エネルギー250GeV から 1TeV の電子陽電子衝突型の線型加速器である。ILC はヒッグス粒子やトップクォークの大量生成や超対称性粒子の発見などの高エネルギー物理学への貢献が期待されている[1]。リニアコライダーにおけるルミノシティは

$$L = \frac{fn_b N^2}{4\pi\sigma_x\sigma_y}, \quad (1)$$

と表される[2]。 $f$ は周波数、 $n_b$ はパルス内のバンチ数、 $N$ はバンチ内の粒子数、 $\sigma_{x,y}$ は横方向のビームサイズである。ルミノシティの増大には $\sigma_{x,y}$ を小さくすればよいが、ビームサイズを小さくするとBeamstrahlungによるエネルギー広がりが増大し、実験精度の悪化につながる。Beamstrahlungによるエネルギー広がり

$$\Delta E \propto \frac{1}{\sigma_z} \left( \frac{2}{\sigma_x + \sigma_y} \right)^2, \quad (2)$$

と表される。ルミノシティを最大化し、Beamstrahlungを小さくする一つの方法はビームサイズを非対称、すなわち $\sigma_x \gg \sigma_y$ とすることである。ILCでは衝突点において水平方向に640 nm、垂直方向に5.7 nmのビームサイズを持つビーム衝突させる。エミッタンスはそれぞれ10 mm mradと0.04 mm mradである。現在の設計においてこのような非対称なビームはストレージリングでの放射減衰によって作成される[2]。しかしエミッタンス交換の手法を用いる事で、ILCに必要とされる扁平ビームを入射部において生成する事ができ、システムの簡素化、コストの低減が可能である。

位相空間回転によるエミッタンス交換には、二つの方法がある。一つはRFBT (Round to Flat Beam Transformation)[3]と呼ばれ、対称なビームからx-yの間に非対称なエミッタンスをもつビームを生成する。具体的には、ソレノイド磁場中でビームを生成し、角運動量が支配的なビームをSkewQ磁場を通過させ、扁平ビームを作り出すものである。もう一つはTLEX(Transverse to Longitudinal Emittance eXchange)と呼ばれ、Dispersionのあるビームラインとダイポール空洞を用いて、x-z位相空間を交換する[4]。本稿では、この二つの方式をともに用いることで、ILCに必要なビームが入射部で直接生成できることを示す。そして、KEK-STFにおけるビーム試験についてのシミュレーション結果を示す。

## 2. エミッタンス交換手法

ここではRFBT、TLEXについて簡潔に説明する。

### 2.1 RFBT

RFBTはソレノイド磁場中で発生させた角運動量が支配的なビームから、x-y方向について非対称なビームを作る方法である。RFBTの実証実験ではエミッタンス比にして100が確認されている[5]。角運動量が支配的なビームは、ソレノイド磁場内でのビーム発生により実現される。ソレノイド磁場によるベクトルポテンシャル $\mathbf{P}_C$ を用いれば、ビームの正準運動量は

$$\mathbf{P}_C = \mathbf{P} - e\mathbf{A}, \quad (3)$$

と表される。ここで $\mathbf{P}$ は運動学的な運動量である。z方向のソレノイド磁場はベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$ で記述すると、

$$\mathbf{A}_x = -\frac{B}{2}\mathbf{y}, \quad (4)$$

$$A_y = \frac{B}{2} x, \quad (5)$$

と書ける。従って正準運動量は

$$P_c = P - \frac{eB}{2} \begin{pmatrix} y \\ -x \end{pmatrix}, \quad (6)$$

となり、 $x$ 成分は $y$ に比例し、 $y$ 成分は $x$ に比例するという角運動量が生成される。 $e$ は素電荷量、 $B$ はソレノイド磁場を表す。この相関は次に示すようにシグマ行列の非対角成分を与える。カソード上でのシグマ行列 $\Sigma_0$ は

$$\Sigma_0 = \begin{pmatrix} \varepsilon_0 T_0 & LJ \\ -LJ & \varepsilon_0 T_0 \end{pmatrix}, \quad (7)$$

と表される。 $\varepsilon_0$ は熱的エミッタンス、 $T_0$ は Twiss Parameters で

$$T_0 = \begin{pmatrix} \beta & -\alpha \\ -\alpha & \frac{1+\alpha^2}{\beta} \end{pmatrix}, \quad (8)$$

のように定義される。 $L$ は規格化された角運動量で

$$L = \frac{eB\sigma}{p_z}, \quad (9)$$

である。 $\sigma$ はビームサイズ、 $p_z$ は縦方向の運動量である。また $J$ は

$$J = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (10)$$

と表される行列である。このビームを三つの skewQ 磁石を通過させることにより、非対角成分を消去し、 $x$  と  $y$  に非対称なエミッタンスを生成する。ドリフトスペースで区切られた3つの skewQ 磁石による輸送行列は

$$M = R^{-1} N_Q R = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} A_+ & A_- \\ A_- & A_+ \end{pmatrix}, \quad (11)$$

ここで $R$ は  $\pi/4$  の回転行列、 $N_Q$ はドリフトスペースで区切られた3つの通常Q磁石による転送行列で、

$$N_Q = \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix}, \quad (12)$$

と表され、 $A_{\pm} = A \pm B$ である。 $\Sigma_0$ を転送行列 $M$ で転送した時、条件

$$A_- = A_+ S, \quad (13)$$

ここで、

$$S = \pm J T_0^{-1}, \quad (14)$$

を満たすならば、転送後のシグママトリックスは

$$\Sigma = M \Sigma_0 \tilde{M} = \begin{pmatrix} \varepsilon_- T_- & 0 \\ 0 & \varepsilon_+ T_+ \end{pmatrix}, \quad (15)$$

となる。式(13)を満たすような skewQ 磁石の強さを解析的に求めると[6]、

$$q_1 = \pm \sqrt{\frac{-D_1 s_{11} + s_{12} + D_1 D_t s_{21} + D_t s_{22}}{D_1 D_t s_{12}}} \quad (16)$$

$$q_2 = -\frac{s_{12} + D_t s_{22}}{D_1 D_2 (1 + s_{12} q_1)} \quad (17)$$

$$q_3 = \frac{-q_1 - q_2 - D_1 q_1 q_2 s_{11} - s_{21}}{1 + (D_t q_1 + D_2 q_2) s_{11} + D_1 D_2 q_2 (q_1 + s_{21})} \quad (18)$$

となる。ここで $D_1, D_2$ はそれぞれ一つ目と二つ目、二つ目と三つ目の skewQ 磁石間のドリフトスペースを表している。 $D_t$ は $D_1$ と $D_2$ の合計である。SkewQ 磁石を通過した後の規格化エミッタンスは、

$$\varepsilon_{n\pm} = \sqrt{\varepsilon_{n0}^2 + (\gamma\beta L)^2 \pm \gamma\beta L}, \quad (19)$$

となる[6]。エミッタンス比は、

$$\frac{\varepsilon_{n+}}{\varepsilon_{n-}} \sim \left( \frac{\varepsilon_{n0}}{2\gamma\beta L} \right)^2, \quad (20)$$

となる。

## 2.2 TLEX

TLEX は二つのドッグレッグと dipole モードの空洞によって構成されている。TLEX は縦方向と横方向のエミッタンスを交換し、実験的にも実証されている[7]。ドッグレッグでの輸送行列 $M_d$ と薄肉近似された dipole モード空洞の転送行列 $M_c$ は、

$$M_d = \begin{pmatrix} 1 & L & 0 & \eta \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \eta & 1 & \xi \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (21)$$

と

$$M_c = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \eta \\ 0 & 1 & k & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ k & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (22)$$

で表される。ここで $k = eV_0/(aE_0)$ であり、 $V_0$ はキャビティの電圧、 $a$ はキャビティの空洞寸法、 $E_0$ は平均のビームエネルギーである。Dipole モードのキャビティを二つのドッグレッグの間に設置した場合、全体の輸送行列 $M_T$ は

$$M_T = M_d M_c M_d = \begin{pmatrix} 1 + k\eta & 2L + 2k\eta L & kL & 2\eta + k\eta^2 + \varepsilon kL \\ 0 & 1 + k\eta & l & \varepsilon k \\ \varepsilon k & 2\eta + k\eta^2 + \varepsilon kL & 1 + k\eta & 2\varepsilon k\eta + 2\varepsilon \\ k & kL & 0 & 1 + k\eta \end{pmatrix} \quad (23)$$

となる。 $1 + k\eta = 0$ とすると

$$M_T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\frac{L}{\eta} & \eta - \frac{\varepsilon L}{\eta} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\eta} & -\frac{\varepsilon}{\eta} \\ -\frac{\varepsilon}{\eta} & \eta - \frac{\varepsilon L}{\eta} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{\eta} & -\frac{L}{\eta} & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (24)$$

となり、 $x, z$ の位相空間が交換される。

### 3. RFBT と TLEX による ILC のための扁平ビームの生成

RFBT を用いて ILC に要求されるビームを作成するには初期エミッタンスにおいて  $\varepsilon_{x,y} = 0.6 \text{ mm mrad}$  である必要がある。カソードの熱エミッタンスを抑えてもビーム径は数 mm を上回ることはいかなる場合にもできない。ILC のバンチ電荷は  $3.2 \text{ nC}$  であるから、小さいビーム径で大電荷ビームを生成しなくてはならず、空間電荷効果などの非線形効果によりエミッタンス増大が生じてしまう。また空間電荷制限からバンチ長は数百 ns 程度になり、より低周波のバンチャーから数段に渡るバンチングが必要となってしまう。したがって RFBT と TLEX を併用することでその問題を解決する。

空間電荷効果を抑制するために初期ビーム径を大きくとる。例をとればエミッタンスにして  $\varepsilon_{x,y} = 50 \text{ mm mrad}$  程度を仮定すると、ビーム径は数 cm 程度になり空間電荷効果を大幅に抑制することができる。生成後ブースターにより加速することでさらに空間電荷効果を抑制し、RFBT へ入射する。skewQ 磁石を通過後、ILC の要求値  $\varepsilon_y = 0.04 \text{ mm mrad}$  を達成するよう設計する。

RFBT を通過したのち  $\varepsilon_x$  は必然的に  $62,500 \text{ mm mrad}$  と大きくなる。この余計なエミッタンスを TLEX により  $z$  方向に押し付ける。初期エミッタンスにおいて  $\varepsilon_z = 10 \text{ mm mrad}$  と生成していれば、TLEX セクションを通過した後、 $\varepsilon_x = 10 \text{ mm mrad}$  となり ILC の仕様を満たすことが出来る。 $\varepsilon_z$  は  $62,500 \text{ mm mrad}$  と大きな値となるがビームはその後、主加速器に送られることからこの大きさでも支障はない。

### 4. STF における実証実験のシミュレーション

STF において RFBT、TLEX を用いた扁平ビーム生成の実証実験が計画されている。今回は STF に RFBT を組み込んだ場合の生成シミュレーションを行った。結果として空間電荷効果を含めたシミュレーションでエミッタンス比 159.6 のビームが得られた。ここではシミュレーションについて記述する。

#### 4.1 扁平ビームの生成

シミュレーションにはトラッキングコードである

DESY (Deutsches Elektronen-Synchrotron) で開発された Astra[8] と Argonne National Laboratory の elegant[9] を用いた。Figure 1 にシミュレーションに用いたラティス構造を示す。

KEK-STF に設置された quadrupole Q12 と Q13 間のドリフトスペースに skewQ 磁石の設置を仮定しシミュレーションを行った。

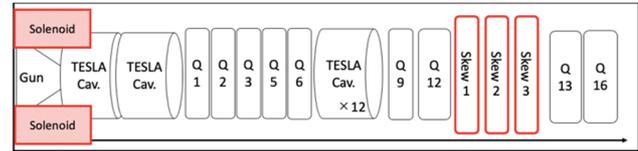


Figure 1: Schematic lattice of KEK-STF simulation.

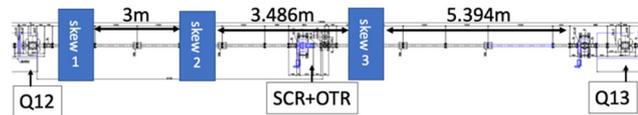


Figure 2: Scheme of skew setting.

また Fig. 2 に skew Q 磁石の設置について示す。SkewQ 磁石下流にはスクリーンモニターがない。Q スキャン法を用いたエミッタンス測定を行うためには、skew3 下流に quadrupole 2つとスクリーンモニターの設置が必要となる。

シミュレーションは Table 1 のパラメーターを用いて行った。

Table 1: Simulation Parameters

Parameters	Value	unit
Solenoid field	~800	Gauss
Initial normalized emittance (x,y)	14.37	mm mrad
rms drive laser pulse(Gaussian shape) length	3	ps
Beam size (x,y) on cathode	0.8	mm
Gun rf phase	25	Degree
Gun peak gradient	35	MV/m
Booster cavity peak gradient	25	MV/m

シミュレーションにおける quadrupole と skew の強さは elegant の optimize 機能[10]を用いて最適化を行った。Quadrupole は skewQ 磁石に入る直前で式(7)のビームマトリックスに近い形をとるよう最適化を行った。SkewQ 磁石は式(16)、(17)、(18)から得られた値を初期値に、skewQ 磁石下流でのビームマトリックスの非対角成分が 0 になるよう最適化を行った。Booster キャビティについては Astra の Autophase 機能[8]を用いて最大加速が得られるよう位相を決定した。

空間電荷効果は PIC (Particle In Cell)法を用いて考慮し、ビームの x-y 平面に 10 点、縦方向に 12 点の格子点を設定した。

シミュレーションの結果、SkewQ 磁石下流において

$$\begin{aligned}\epsilon_{nx} &= 29.59 \text{ Pi mm mrad}, \\ \epsilon_{ny} &= 0.1854 \text{ Pi mm mrad}, \\ \frac{\epsilon_{nx}}{\epsilon_{ny}} &= 159.6\end{aligned}$$

が得られた。Table 2 にシミュレーションで得られた電磁石の強さを示す。

Table 2: Strength of Quadrupole Magnet

magnet	Strength[1/m]	Gradient[T/m]
Q1	1.841566e-01	1.9274e-02
Q2	-9.711933e-02	-1.0165e-02
Q3	-1.845279e-01	-1.9313e-02
Q5	3.253268e-01	3.4049e-02
Q6	-2.338232e-01	-2.4473e-02
Q9	1.416916e-03	9.1204e-04
Q12	-2.10476e-03	-1.3548e-03
SK1	1.79707e+00	1.157
SK2	-3.5401e+00	-2.279
SK3	1.70311e+01	10.96
Q13	2.110969e-01	0.1359
Q16	5.143478e-01	0.3311

#### 4.2 2Q スキャンによるエミッタンス測定

KEK-STF においてエミッタンス即手は Q スキャン法を用いて行う予定である。SkewQ 磁石下流に設置されたモニターで観測を行う。SkewQ 磁石下流 1.2m、2.2m 下流にそれぞれ Q 磁石を設置し、さらにそこから 0.7m 下流にスクリーンモニターを設置しビームサイズ測定を仮定した。

Q スキャンの結果を Fig. 3 に示す。Figure 3(a), (b) は各々 x 方向、y 方向の測定結果である。横軸は Q 磁石の強さ、縦軸はビームサイズの二乗(m<sup>2</sup>)である。

Quadrupole は skew 下流 1m 地点、2m 地点に設置し、前者を x 方向についての探索、後者を y 方向についての探索に用いた。上記 2 種のプロットを二次関数でフィッティングし、規格化エミッタンスを計算すると

$$\begin{aligned}\epsilon_{nx} &= 32.60 \text{ Pi mm mrad}, \\ \epsilon_{ny} &= 0.194 \text{ Pi mm mrad}\end{aligned}$$

という値が得られた。これはシミュレーションから得られた値に近い値である。

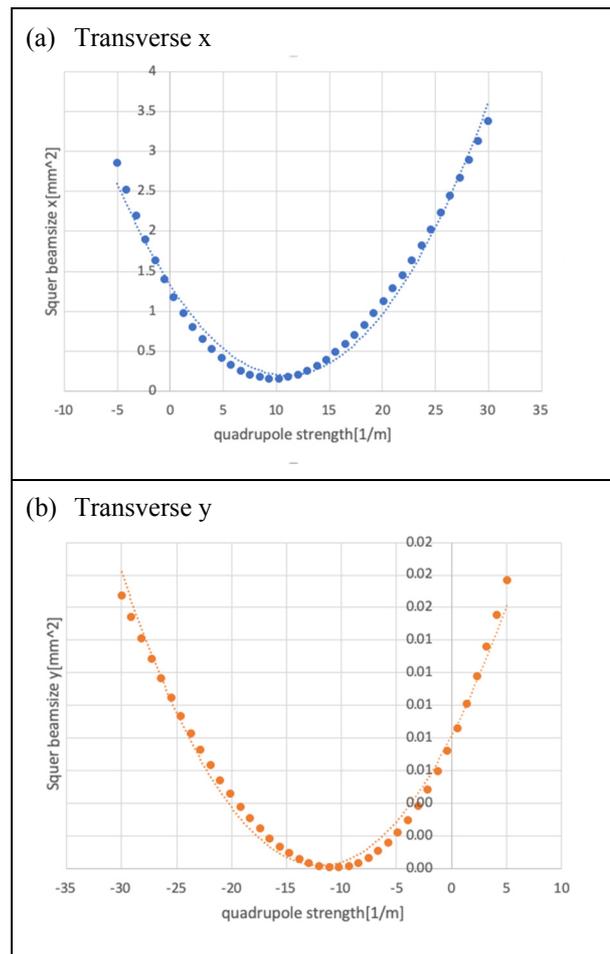


Figure 3: Beamsize is obtained by Qscan.

## 5. まとめ

今回は ILC に使用する RFBT、TLEX によるビーム生成の KEK-STF での実験考察をシミュレーションで行った。空間電荷効果を考慮したシミュレーションでエミッタンス比 160 を達成するビームの生成が確認された。今後は TLEX を加えたシミュレーション、Q スキャンにおける誤差などを考慮した計算が必要である。

## 参考文献

- [1] LC Technical Design Report, KEK-Report 2013-1, 2013.
- [2] 栗木雅夫, ”位相空間回転によるエミッタンス振り分けとその応用”, 加速器 15 巻 3 号.
- [3] R. Brinkmann, Y. Derbenev, and K. Flottmann, Phys. Rev. ST Accel. Beams, 4, 053501 (2001).
- [4] M. Cornacchia and P. Emma, Phys. Rev. ST Accel. Beams, 5, 084001 (2002).
- [5] P. Piot, Y.-E Sun, and K. -J. Kim, hys. Rev.STAccel.Beams 9, 031001(2006).
- [6] Yin-E Sun, PhDThesis, Fermi-lab (2005).
- [7] Y.-E Sun, P. Piot, A. Johnson, A. H. Lumpkin, T. J. Maxwell, J. Ruan, and R. Thurman-Keup, Phys. Rev. Lett. 105, 234801(2010).
- [8] [http://www.desy.de/~mpyflo/Astra\\_manual/Astra-Manual\\_V3.2.pdf](http://www.desy.de/~mpyflo/Astra_manual/Astra-Manual_V3.2.pdf)

- [9] [https://www.aps.anl.gov/  
Accelerator-Operations-Physics/Software](https://www.aps.anl.gov/Accelerator-Operations-Physics/Software)
- [10] [https://ops.aps.anl.gov/manuals/elegant\\_latest/  
elegantsu48.html#x56-550007.38](https://ops.aps.anl.gov/manuals/elegant_latest/elegantsu48.html#x56-550007.38)