

J-PARC Main Ring 大強度運転時における磁場リップルの影響

EFFECTS OF RIPPLING MAGNETIC FIELD ON THE HIGH POWER OPERATION OF THE J-PARC MAIN RING

栗本佳典*

Yoshinori Kurimoto*

High Energy Accelerator Research Organization

Abstract

In the J-PARC main ring, the current ripples of the magnet power supplies are quite large so that they adversely affect the slowly extracted beam [1]. They also possibly affect the beams for the fast extraction (FX), whose number of protons per bunch is more than 3×10^{13} . The effect of the ripples on the beams for FX needs to be estimated by simulations. In the FX mode, the beam loss concentrates on the period of the injection and the beginning of the acceleration, where the space charge effect is large. Therefore, the simulation must include space charge effect which usually requires a lot of computing resources. To simulate the beam dynamics when the space charge effect is very large, we newly developed the particle-tracking code including space charge effect. The new simulation code is implemented for the usage of GPU (Graphics Processing Unit) and at least 10 times faster than our conventional code. As a result of the simulation, the effect of the ripples contributes only 0.1% of the beam survival ratio. However, two resonances at $2\nu_x - 2\nu_y = 0$ and $\nu_x + 2\nu_y = 64$ contribute 1% of the beam survival ratio.

1. はじめに

偏向、四極および六極電磁石などの主電磁石磁場の精度は加速器の性能に大きく影響する。特に、大強度陽子加速器においては、ビーム損失を最大限に抑えるために十分な高精度磁場が必要である。J-PARC Main Ring の遅い取り出しでは主電磁石電源のリップルによる取り出しビーム平坦性の悪化が報告されており、実際に電源リップルからチューン変動をリアルタイム予測し、それを使った光学補正でビーム平坦度が向上した [1]。一方、ニュートリノ実験にビームを供給する速い取り出し運転ではバンチ内粒子数 3×10^{13} 以上の粒子を加速しており、今後さらに増強する計画である。速い取り出しでのビーム損失は、入射エネルギー時 130 ms と加速開始から 200 ms の期間に集中しており、空間電荷効果の効果が最も大きい領域である。そこで、空間電荷効果を含む粒子トラッキングシミュレーションコードを新たに開発し、大強度ビームでのビーム損失に電源リップルがどの程度寄与するかを見積った。さらに、開発コードは GPU (Graphics Processing Unit) での並列計算用に実装し、高速化も試みた。

2. GPU によるトラッキングシミュレーション

2.1 粒子トラッキングシミュレーションの概要

粒子トラッキングシミュレーションは、外部磁場や加速電圧による運動方程式を解く単粒子シミュレーションと、空間電荷効果のシミュレーションの二つからなる。空間電荷効果のシミュレーションでは、マクロ粒子の分布から電荷密度分布を作成し、その電荷密度分布がつくるポテンシャルから各マクロ

粒子におよぼす力をシミュレートする PIC (Particle In Cell) シミュレーションを採用した。GPU による並列計算という観点では、前者の単粒子シミュレーションとポテンシャル計算後の力の計算は並列化可能である一方で、電荷分布の計算では、粒子の座標に対応するセルに電荷を詰めていくというヒストグラム作成が必要なため、完全な並列化はできない。

2.2 GPU(Graphics Processing Unit)

GPU の概念的構成は Fig. 1 に示したようなブロックとスレッドのレイヤ構成であり、各スレッドが並列計算の一並列分を担当すると考えてよい。また、各ブロック内には共有メモリが設けられており、ブロック内のスレッドであれば読み書きができる。この共有メモリは少容量だが高速であるため、この共有メモリを有効に使うことが高速化につながる。容量は GPU の製品により 48 から 96 kB 程度である。

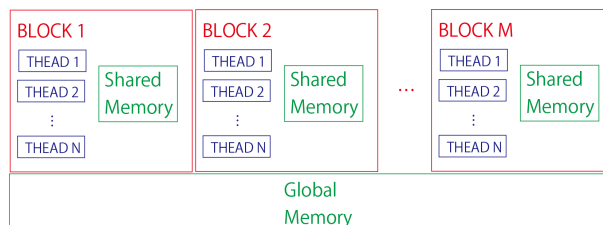


Figure 1: Conceptual structure of a GPU.

2.3 単粒子力学

単粒子シミュレーションでは、 x および y をビーム進行方向に垂直な平面上のビーム基準軌道を原点とした二次元座標 (それぞれ、水平方向および鉛直方向)、 σ をビーム進行方向の座標とし、それらの正

* kurimoto@post.j-parc.jp

準共役量を p_x, p_y, p_σ としたときのハミルトニアン

$$\begin{aligned} H(x, p_x, y, p_y, \sigma, p_\sigma; s) &= p_\sigma - (1 + hx) \sqrt{(1 + \delta)^2 - p_x^2 - p_y^2} - e \frac{A_s(x, y)}{p_0} \\ &\sim \frac{p_x^2 + p_y^2}{2} + \frac{p_\sigma^2}{2\gamma_0^2} - hx - hxp_\sigma - \frac{p_x^2 + p_y^2}{2} p_\sigma \\ &\quad - e \frac{A_s(x, y)}{p_0} \end{aligned} \quad (1)$$

を使って解を求めた。ここで h は曲率半径の逆数である。また、 δ は運動量のずれ $\delta p/p_0$ (p_0 は基準粒子の運動量) のことで、正準変数 p_σ を使い $\delta \sim p_\sigma + \frac{p_\sigma^2}{2\gamma_0^2}$ (γ_0 は基準粒子のガンマ因子) と近似できる。 $A_s(x, y)$ は特定の磁場に対するベクトルポテンシャルであり、偏向、四極および六極の $eA_s(x, y)$ はそれぞれ、 $-hx - \frac{h^2 x^2}{2}$ 、 $-\frac{1}{2}k_1(x^2 - y^2)$ および $-\frac{1}{6}k_2(x^3 - 3xy^2)$ で表せる。

ハミルトン方程式の解析解が求められない場合は、 $H = H_0 + V$ のように非摂動項 H_0 と摂動項 V に分割し (ただし、 H_0 や V についてのハミルトン方程式の解析解は求まるとする)、距離 L 進むときのシンプレクティック変換

$$e^{iH_0L/2} e^{iVL} e^{iH_0L/2} \quad (2)$$

または、

$$e^{iH_0aL} e^{iVbL} e^{iH_0cL} e^{iVbL} e^{iH_0aL} \quad (3)$$

を使用した。ただし、 $a = \frac{1}{2}(1 - \frac{1}{\sqrt{3}})$ 、 $b = \frac{1}{2}$ 、 $c = \frac{1}{\sqrt{3}}$ である。

2.4 空間電荷効果

一般に電荷分布 $\rho(x, y, z)$ が与えられたとき、その静電ポテンシャル $\phi(x, y, z)$ は三次元ポアソン方程式

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\phi(x, y, z) = -\frac{\rho(x, y, z)}{\epsilon_0} \quad (4)$$

を解いて得られる。J-PARC Main Ring のバンチは、横方向分布 ~ 10 mm に対して縦方向分布は数十メートルあるので、縦方向の電荷密度変化は横方向に比べて非常に緩やかである。このことから、以下のように二次元に近似したポアソン方程式を使用する。

$$g(z)\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)u(x, y) = -\frac{g(z)f(x, y)}{\epsilon_0} \quad (5)$$

これを用いて空間電荷効果の計算を以下の手順で行う。

1. 面電荷密度 $f(x, y)[C/m^2]$ と縦方向確率分布関数 $g(z)[m^{-1}]$ を求める
2. ポアソン方程式 (式 5) を解き $u(x, y)$ を得る

3. ポテンシャルを微分してキックを求める。
 $-\left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)Ag(z)u(x, y) \times L$

前述のように面電荷密度はヒストグラムに対応するため並列計算のメリットを最大限に使うことができない。しかし、共有メモリを上手く使うことである程度高速に行うことができる。このヒストグラム作成法を Fig. 2 に示した。まず各ブロックの共有メモリをヒストグラムに割り当てる (サブヒストグラム)。ヒストグラムのセル数は 10000 とした。長方形境界だとすると、水平方向および鉛直方向にそれぞれ 100 点ずつあることになる。全てのサブヒストグラム完成後、サブヒストグラムを集計する。この方法により少なくともブロック数分は並列にできる。Figure 2 を見ると、各スレッドに 1 マクロ粒子分を割り当てており、各スレッドは並列に共有メモリに足せるので見かけ上はマクロ粒子数分の並列計算が存在する。しかし、このコードをそのまま実装すると、ブロック内のある二つのマクロ粒子 (スレッド) が同じセルに対応していた場合、これらのスレッドが同時に同じアドレスの値を更新しようとして計算に失敗してしまう。したがって、「アトミック演算」という読出と書込の一連の操作が完了するまで他スレッドの同じアドレスへのアクセスをブロックする特殊な関数を用いる必要がある。そのため、実質は完全な並列計算ではない。

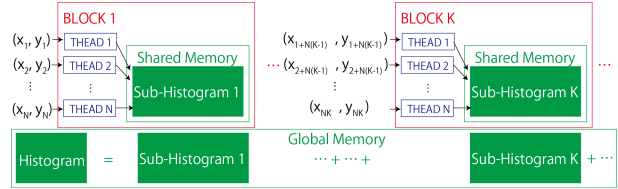


Figure 2: How to make a histogram using GPU.

ポアソン方程式に関しては、長方形境界と円境界の二種類のソルバを実装してダクトの形状に応じて使い分けられるようにした。詳しいアルゴリズムは割愛するが、どちらも FFT(Fast Fourier Transformation) と行列演算からなる計算手法のため、GPU の並列計算による高速化が可能である。

最後のステップ 3 の係数 A は粒子の質量 m 、ガンマ因子 γ 、ベータ因子 β および光速 c を用いて $\frac{e}{m\gamma^3\beta^2c^2}$ と書ける。この係数は運動方程式

$$m \frac{dP_x}{dt} = m\gamma\beta^2c^2 \frac{dp_x}{ds} = F_E + F_B = F_E(1 - \beta^2) = \frac{F_E}{\gamma^2} \quad (6)$$

の式変形、

$$\frac{dp_x}{dx} = \frac{F_E}{m\gamma^3\beta^2c^2} \quad (7)$$

から得たものである。ここで P_x は運動量の x 成分、 F_E と F_B はそれぞれ速度 βc で移動する電荷分布の電場と磁場から受ける力である。このことから、境界条件を含めてポテンシャル $u(x, y)$ 得た場合、この規格化は厳密には正しくないことが分かる。なぜなら、

ポアソン方程式に境界条件を与えることはその条件を満たすために虚電荷分布を与えていることと同等で、実際の方程式は虚電荷から受ける力 $F_{E,image}$ により式 7 は、

$$\frac{dp_x}{dx} = \frac{1}{m\gamma\beta^2c^2} \left(\frac{F_E}{\gamma^2} + F_{E,image} \right) \quad (8)$$

に変更される。したがって、本方式は $\frac{F_E}{\gamma^2} + F_{E,image}$ を $\frac{F_E + F_{E,image}}{\gamma^2}$ で近似することに対応し、虚電荷による影響を γ^{-2} だけ小さく見積もっていることになる。これを正確に計算するには境界条件がダクト径と無限速の場合の二通りを計算する必要があり、今後実装予定である。今回はダクト径を意図的に小さくすることでこの効果を近似した。詳細は 4 章に記載する。

3. シミュレーション条件

シミュレーション条件としては J-PARC Main Ring 速い取り出し運転と同じなように設定した [2]。バンチ内粒子数は 3×10^{13} とし、横方向ベータatron チューン (ν_x, ν_y) の設定値は (21.35, 21.45) に設定した。入射時の横方向エミッタンス (2σ) は水平、鉛直方向ともに 16π mm·mrad、縦方向の粒子分布を表すバンチファクタ ($I_{average}/I_{peak}$) は 0.2 とした。加速電圧の基本波および二倍高調波はそれぞれ 160 kV および 250 kV に設定した。コンポーネント数および空間電荷効果の計算箇所は、1 ターン (周長 1567.5 m) あたりそれぞれ約 1600、1000 である。アパーチャーは 60π mm·mrad とし、それを越えた粒子をビーム損失として扱った。

磁場リップルに関しては偏向および四極電磁石用電源の実測値を使用した。ただし、高周波ではダクトの渦電流により磁場が減衰するので、磁場測定結果 [3] を考慮して電流リップルにローパスフィルタ ($f_c = 200$ Hz) を適応したものを磁場リップルとして使用した。Figure 3 に入射エネルギー時における偏向電磁石電源の電流リップルを示した。

マクロ粒子数は 2×10^5 とし、50000 万ターンの粒子トラッキングをリップルありとなしの場合で行った。なお、50000 ターンは入射エネルギー 130 ms と加速初期 130 ms の計 260 ms に対応する。GPU のハードウェアとしては、コード開発やターン数が少なく済む動作確認には、ローカルで所有している NVIDIA Academic Grant により贈与を受けた Quadro P6000 を、ターン数が 10000 以上の計算にはより強力な Amazon Web Service のクラウド上にある NVIDIA TESLA V100 を使用した。

4. コヒーレントチューンシフトを利用したダクト径のチューニング

J-PARC Main Ring の偏向電磁石のダクト断面は長方形に近く、水平方向 131 mm に対して鉛直方向は 100 mm と小さいため、2.4 章で述べたように上下のダクト面の影響を小さく見積もっている可能性がある。実際に、1 バンチのコヒーレントチューンシフ

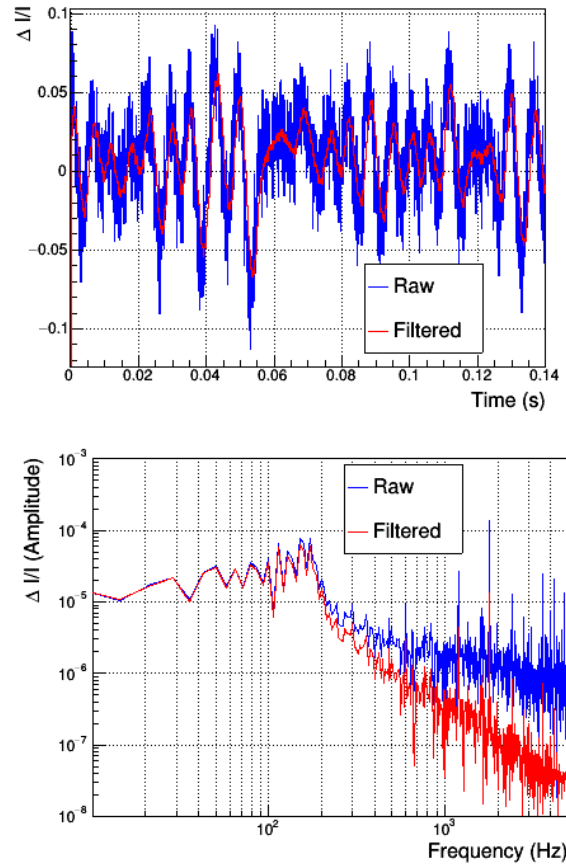


Figure 3: The fractional current deviation of a bending magnet power supply as functions of times (upper figure) and frequencies (lower figure). The data corresponds to the period of the injection energy.

トの強度依存性は、水平方向のチューン ν_x に比べて鉛直方向の ν_y チューンの方が 2 倍以上大きい [4]。

そこで、今回はその実験結果と合うように偏向電磁石のダクト断面の鉛直方向の長さを 100 mm から 60 mm に変更した。Figure 4 に 100 mm の時 (左図) と 60 mm の時 (右図) の本シミュレーションにおけるコヒーレントチューンシフトを示す。なお、シミュレーションにおけるコヒーレントチューンシフトは、ビーム重心をある瞬間に意図的に移動させ、その後 200 ターンの重心のベータatron 振動を正弦関数でフィッティングすることにより得た。

5. シミュレーション結果

本シミュレーションが正しく動作していることを確かめるためいくつか基本的な量を確認した。まず、ベータatron チューンの空間電荷効果による広がり (バンチファクタ 0.3 のとき) を Fig. 5 に示した。これから、チューンスプレッド $\Delta\nu$ はおよそ 0.3-0.4 程度であり従来のトラッキングシミュレーション [5] による結果 [2] と概ね一致する。鉛直方向チューンの変化がより大きいのは、水平方向長さ (131 mm)

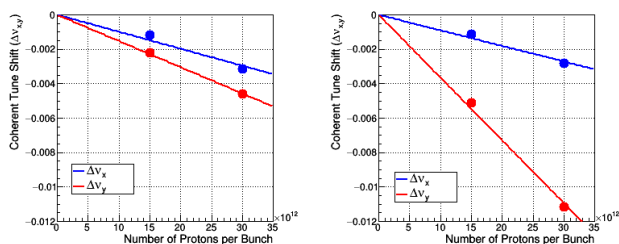


Figure 4: The intensity dependence of coherent tune shift at J-PARC Main Ring obtained by this simulation. The left figure corresponds to a height of 100 mm for the ducts in the bending magnets. The right corresponds to 60 mm.

に比べて鉛直方向（100 mm、虚電荷による補正で60 mmに修正）が短い偏向電磁石のダクトに起因する。

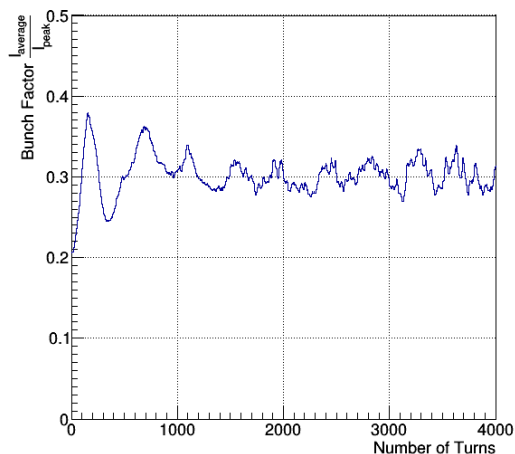


Figure 6: The bunch factor at a period of the injection energy (0-4000 turns).

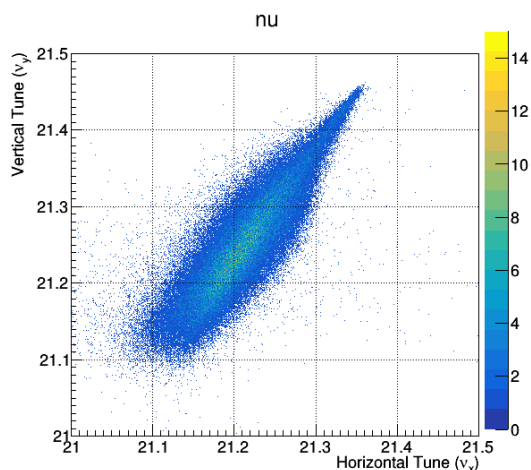


Figure 5: Horizontal and vertical tune distribution at a bunch factor of 0.3.

また、Fig. 6 にバンチファクタの時間変化を示した。バンチファクタは入射時 0.2 で最終的に 0.3 付近に落ち着くことが分かる。これは実測 [6] と一致する。最後に磁場リップルがあるときとないときのビーム生存率の比較を Fig. 7 に示した。生存率に対する磁場リップルの影響は 0.1% と非常に小さい一方で、エラーが全くない状態でも 1% 程度のビーム損失があることが分かった。そこで、本報告ではこのエラーが無い状態での 1% の損失を詳しく調べてみることにした。なお、本シミュレーションの速度は 2700 sec/10000 turns で、従来のシミュレーション [2,5] の 10 倍以上の高速化に成功した。

6. ビーム損失の原因

まず、エラー無しで損失したマクロ粒子のターン毎の座標を取得し、損失直前のベータトロンチューンの値（10 ターン平均）を計算した。その結果をダイアグラム上にプロットしたものを Fig. 8 に示す。この図より、損失した粒子のチューンは直

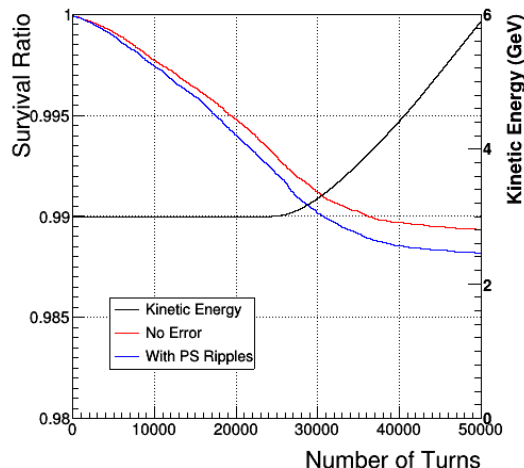


Figure 7: The beam survival ratio with or without ripples of the magnetic fields. The kinetic energy of the beam is also shown.

線 $2\nu_x - 2\nu_y = 0$ および $\nu_x + 2\nu_y = 64$ （もしくは $2\nu_x - 4\nu_y = -43$ ）上にあることが分かる。そこで、それぞれの場合で個々の粒子の軌道の詳細を以下に示す。

$2\nu_x - 2\nu_y = 0$ 付近で損失したマクロ粒子の、チューン $\nu_{x,y}$ のターン毎の変化、作用 $J_{x,y}$ のターン毎の変化、チューンダイアグラム上の軌道および縦方向位置の時間変化をそれぞれ、Fig. 9 の左上、右上、左下および右下に示した。作用 J_x と J_y がその和 $J_x + J_y$ を保存するように交換しており、結合共鳴の典型的な振舞を示している。この共鳴付近で損失する他の粒子の振舞も概ね同様である。また、設定チューンを $(\nu_x, \nu_y) \rightarrow (21.45, 21.45)$ とし、チューンダイアグラム上の分布を右側にずらすと、この共鳴でのビーム損失が大幅に増えることも確認した。なお、シミュレーションでは歪四極や 8 極磁場成分の外部磁場を

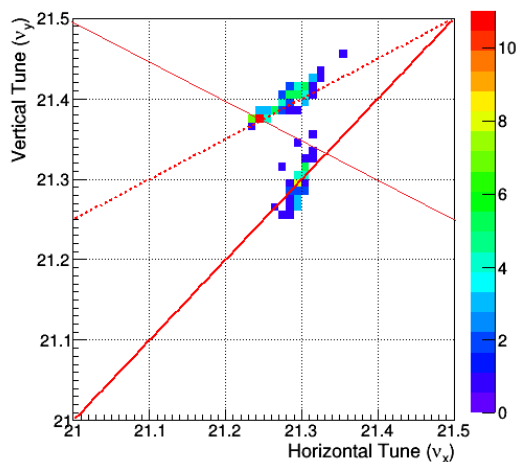


Figure 8: The tunes of the last 10 turns before the particles are lost. The lines of $2\nu_x - 2\nu_y = 0$, $\nu_x + 2\nu_y = 64$ and $2\nu_x - 4\nu_y = -43$ are also shown in the figure.

入っていないので、電荷分布自身が励起する4次共鳴であると考えられる。

一方、 $\nu_x + 2\nu_y = 64$ 付近で損失したマクロ粒子

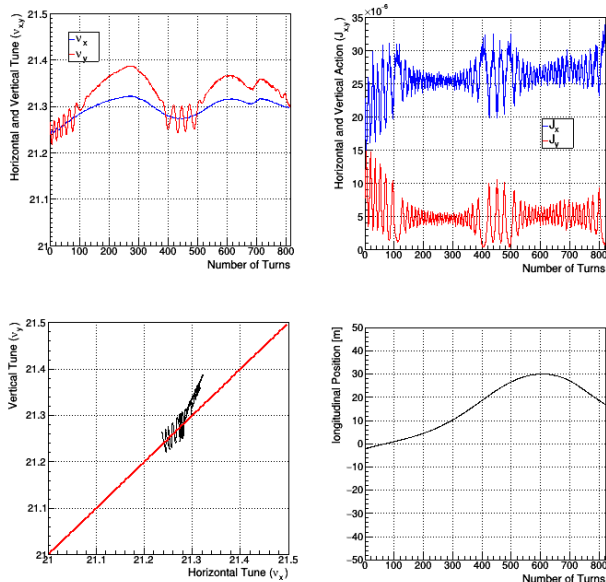


Figure 9: The turn by turn development of the kinematic values of a particle at $\nu_x - \nu_y = 0$. The upper two figures show tunes (ν_x, ν_y) and actions (J_x, J_y). The left lower figure shows tunes on the tune diagram. The right lower figure shows longitudinal positions. The line of $2\nu_x - 2\nu_y = 0$ is also shown in the lower left figure.

の、チューン $\nu_{x,y}$ のターン毎の変化、作用 $J_{x,y}$ のターン毎の変化、チューンダイアグラム上の軌道および縦方向位置の時間変化もそれぞれ、Fig. 10の左上、右上、左下および右下に示した。この共鳴では、 $2\nu_x - 2\nu_y = 0$ のときのような特徴的な作用の変化や

交換が見られなかった。 $2\nu_x - 2\nu_y = 0$ が構造共鳴であるのに対し、 $\nu_x + 2\nu_y = 64$ は非構造共鳴であるため相対的に共鳴幅が狭いと考えられる。そのため、共鳴条件を満たす期間が非常に短く、その期間を多数繰り返して結果的にエミッタンスが増大していると推測される。本共鳴は色収差補正のための六極電磁石が励起するものだと考えられる。しかし、共鳴 $\nu_x + 4\nu_y = 64$ は非構造共鳴のため、磁場やコンポーネントの配置などが J-PARC Main Ring と同じ周期性即ち3回対称性を保っていれば本来励起されない共鳴であり、更なる原因調査が必要である。

なお、本共鳴は6次共鳴 $2\nu_x - 4\nu_y = -43$ 上にある

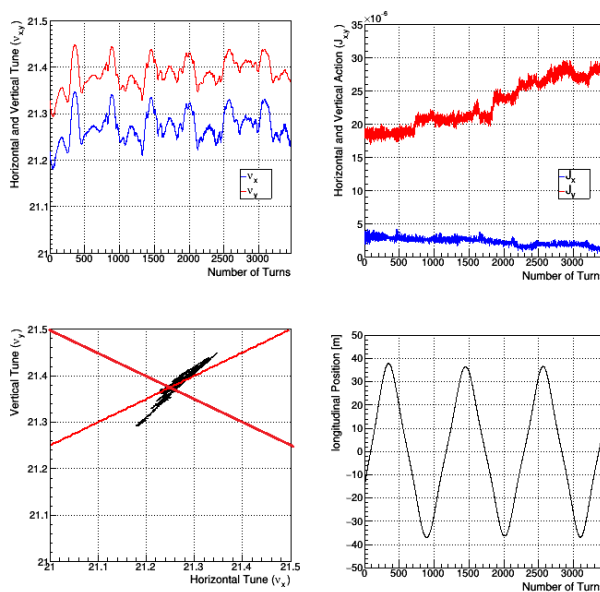


Figure 10: The turn by turn development of the kinematic values of a particle at $\nu_x + 2\nu_y = 64$. The upper two figures show tunes (ν_x, ν_y) and actions (J_x, J_y). The left lower figure shows tunes on the tune diagram. The right lower figure shows longitudinal positions. The lines of $\nu_x + 2\nu_y = 64$ and $2\nu_x - 4\nu_y = -43$ are also shown in the lower left figure.

ように見えるが、今のところ三次共鳴 $\nu_x + 2\nu_y = 64$ の効果が大きいと考えている。その根拠は、意図的に六極磁場のエラーを入れて3次共鳴による損失を増やした場合の損失粒子のチューンダイアグラム Fig. 11 である。この場合に三次共鳴 $\nu_x + 2\nu_y = 64$ の影響があるのは確かであるが、見かけ上 $\nu_x + 2\nu_y = 64$ 付近にあるように見えている。

7. まとめ

電源による磁場リップルが J-PARC Main Ring 大強度運転にどの程度影響するかを新たに開発した GPU 上で動作する空間電荷効果を含むシミュレーションコードを用いて調べた。開発したコードは従来 J-PARC Main Ring で使用していたコードに比べて10倍以上高速に同程度の計算が可能である。

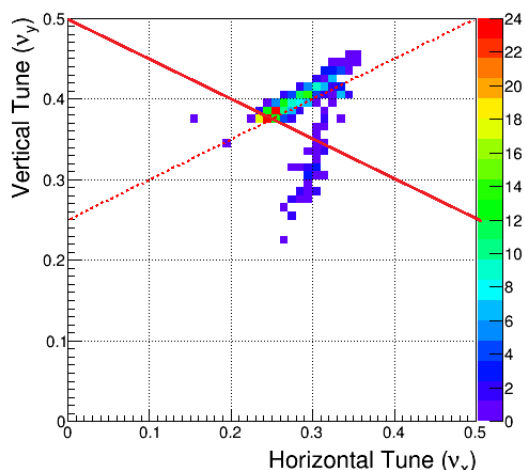


Figure 11: The tunes of the last 10 turns before the particles are lost when the third order resonance is enhanced. The lines of $\nu_x + 2\nu_y = 64$ and $2\nu_x - 4\nu_y = -43$ are also shown in the figure

シミュレーションの結果、磁場リップルの存在はビーム損失にして0.1%しか寄与しないことが分かった一方で、六極磁場が作る共鳴 $\nu_x - 2\nu_y = 64$ およびバンチ内陽子の電荷分布自身がつくる共鳴 $2\nu_x - 2\nu_y = 0$ による約1%の損失があることが分かった。ただし、現時点ではあくまで一つのシミュレーションの結果に過ぎない。今後、より詳細な解析や現存するトラッキングシミュレーションとの比較で、本シミュレーションおよびその結果の信頼度を高めていく予定である。

謝辞

今回開発したコードに関して KEK の大見さんや原科研の發知さんと田村さんにたくさんの貴重な意見を頂きました。ここに感謝の意を表します。また、本文で述べたように本研究は NVIDIA 社から GPU である Quadro P6000 の贈与を受けています。

参考文献

- [1] D. Naito *et al.*, “real-time correction of betatron tune ripples on a slowly extracted beam”, *Phys. Rev. Accel. Beams* 22 (2019) 072802. doi:10.1103/PhysRevAccelBeams.22.072802.
- [2] S. Igarashi *et al.*, “High-Power Beam Operation at J-PARC”, in: Proc. 61st ICFA Advanced Beam Dynamics Workshop (HB’18), Daejeon, Korea, 17-22 June 2018, pp. 147–152. doi:10.18429/JACoW-HB2018-TUA2WD02.
- [3] Y. Morita *et al.*, Development of J-PARC MR Main Magnets Power Supplies for High Repetition Rate Operation, *JPS Conf. Proc.* 8 (012006). doi:10.7566/JPSCP.8.012006.
- [4] A. Kobayashi *et al.*, “Studies on Coherent Multi-Bunch Tune Shifts with Different Bunch Spacing at the J-PARC Main Ring”, in: Proc. 10th International Particle Accelerator Conference (IPAC’19), Melbourne, Australia, 19-24 May 2019, pp. 167–170. doi:10.18429/JACoW-IPAC2019-MOPGW036.

- [5] K. Ohmi *et al.*, “study of halo formation in j-parc-mr”, in: 2007 IEEE Particle Accelerator Conference (PAC), 2007, pp. 3318–3320. doi:10.1109/PAC.2007.4440411.
- [6] S. Igarashi *et al.*, “STUDY ON THE BEAM INTENSITY UPGRADE OF J-PARC MR”, Proceedings of the 15th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan.