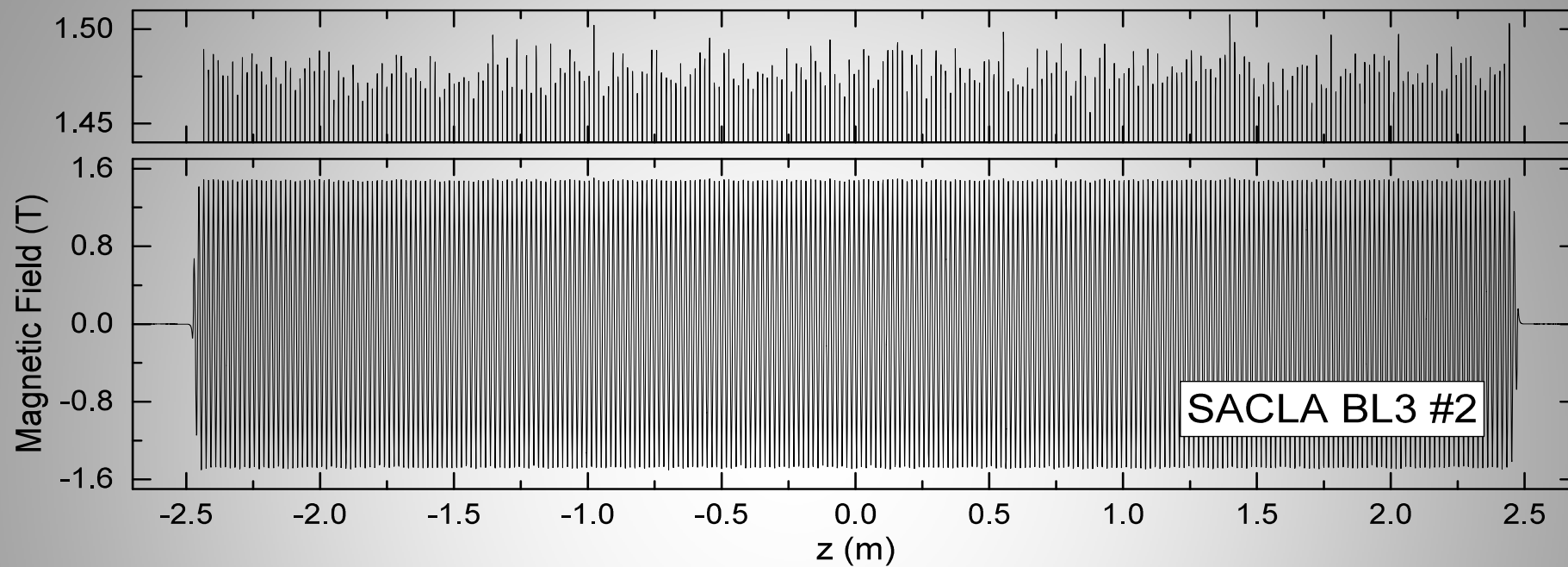


# アンジュレータ位相誤差の普遍的表式 と系統的な不整磁場への適用

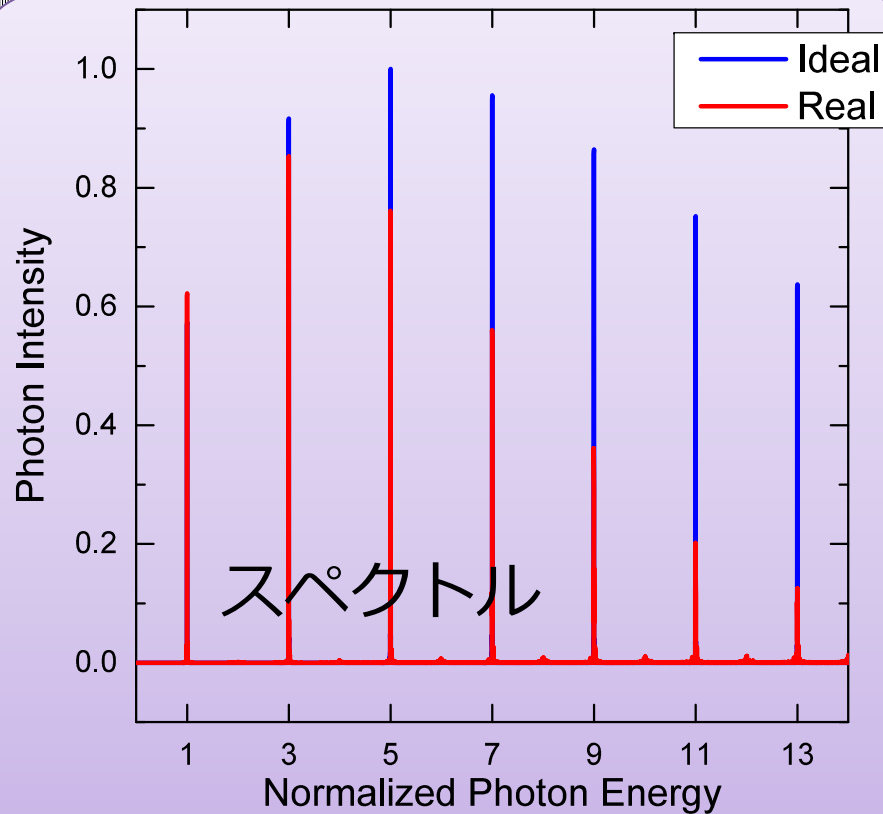
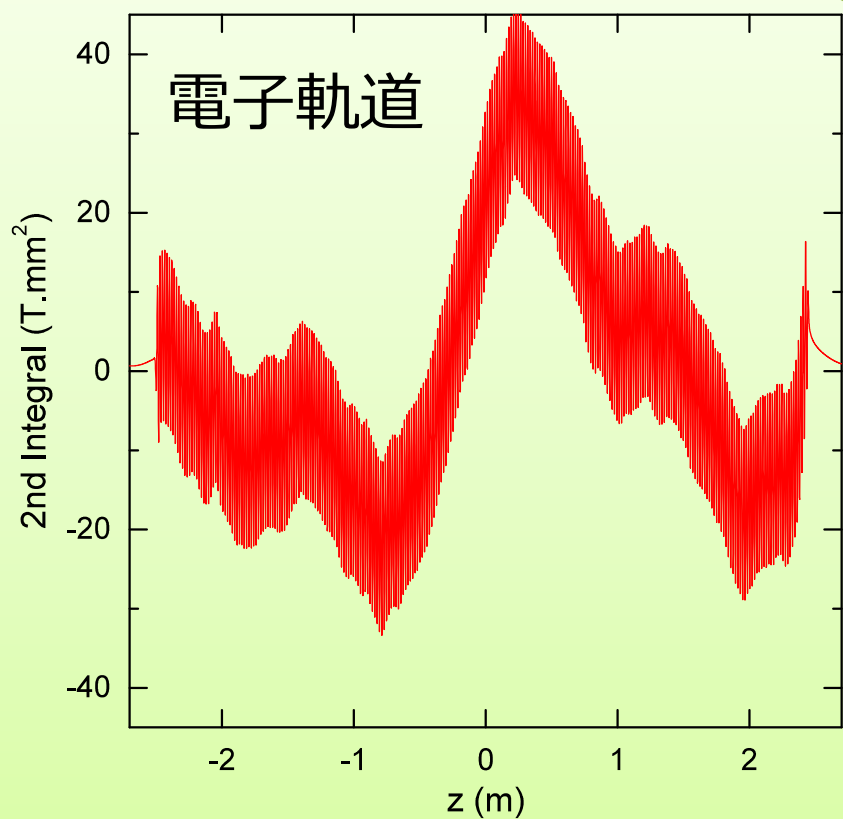
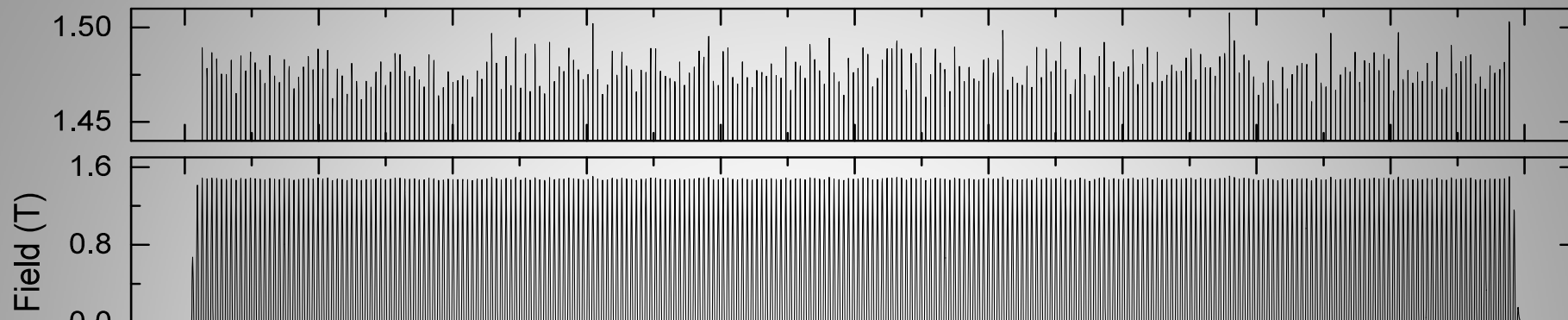
田中隆次  
理研放射光センター

アンジュレータ位相誤差とは？

# アンジュレータ磁場性能の評価法



# アンジュレータ磁場性能の評価法



# 位相誤差：アンジュレータ磁場調整の基準

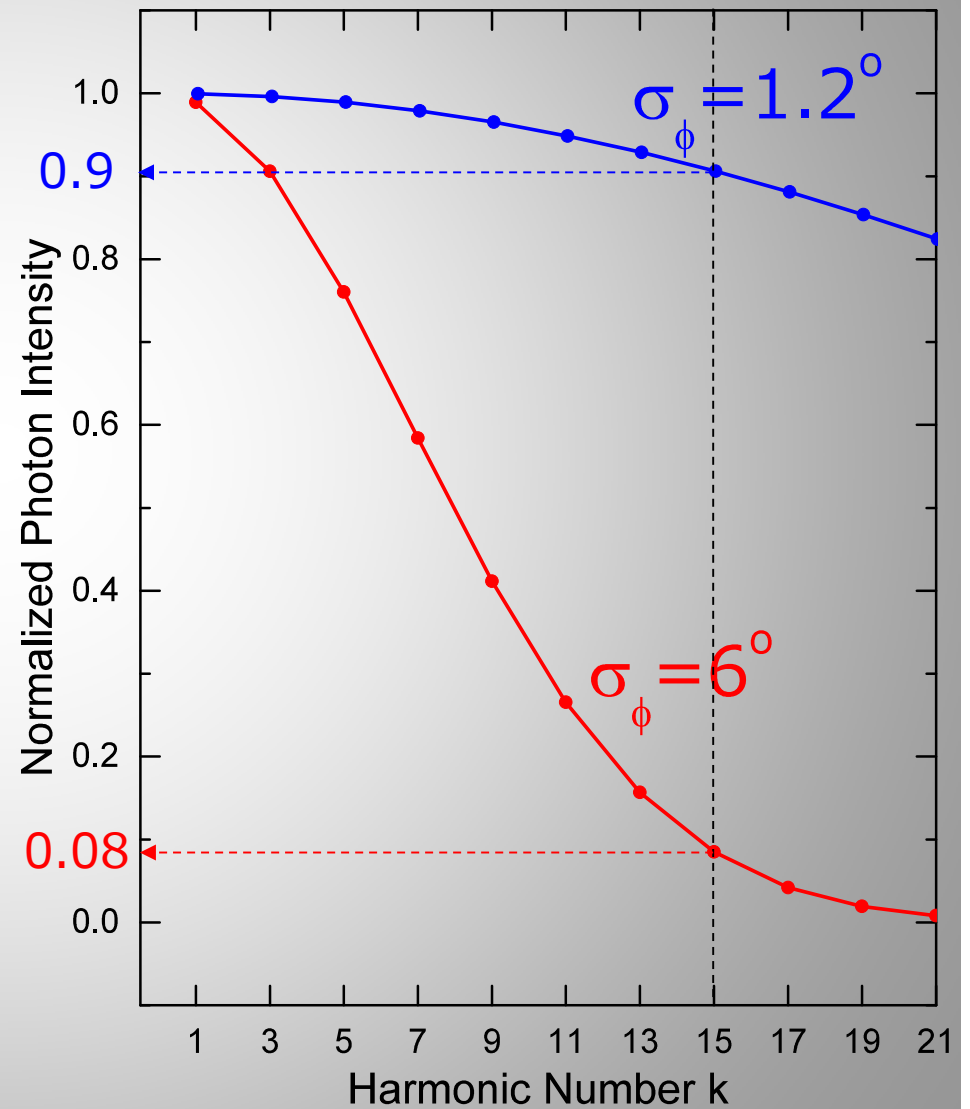
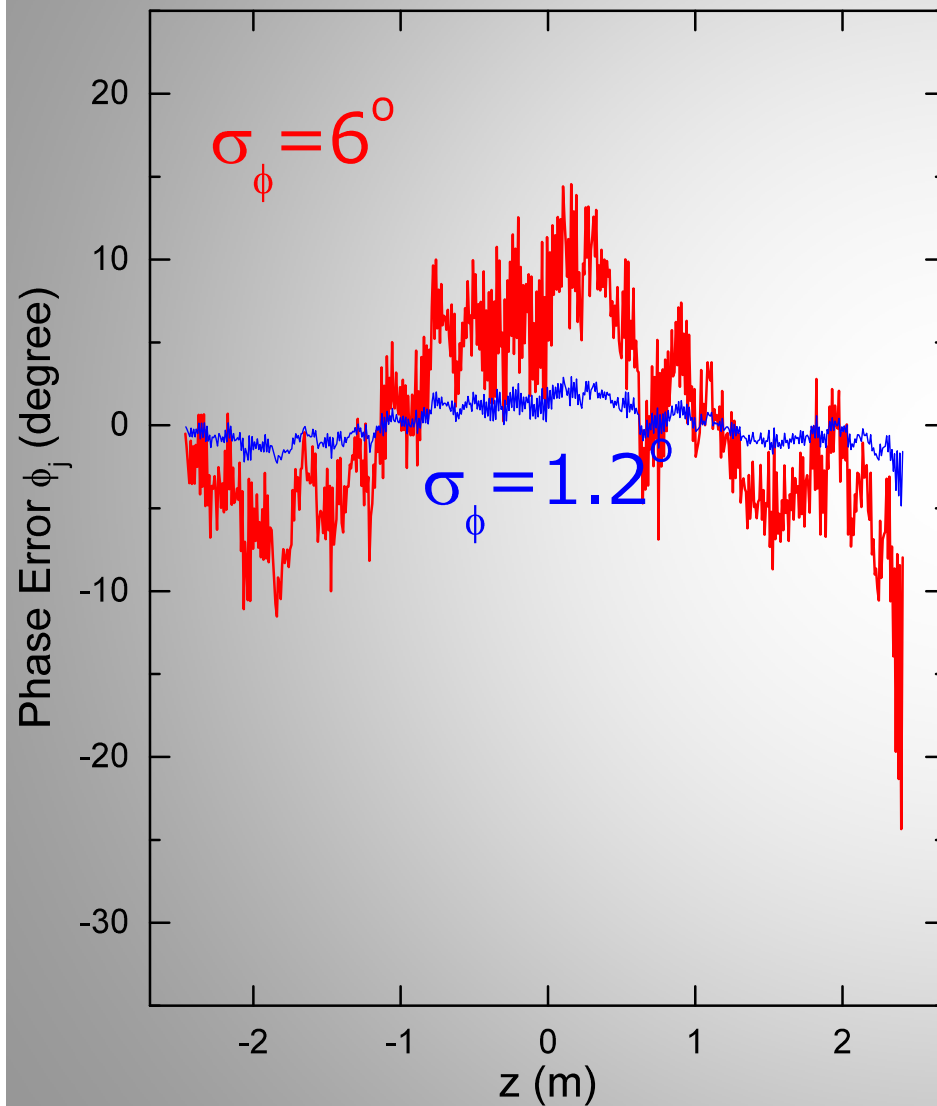
$$\phi_j = \frac{2\pi/\lambda_u}{1 + K^2/2} \int_0^{z_j} \left[ \gamma^2 \beta_{\perp}^2(z) - \frac{K^2}{2} \right] dz$$

磁場分布  $B(z)$  を用いて磁極位置  $z_j$  において計算

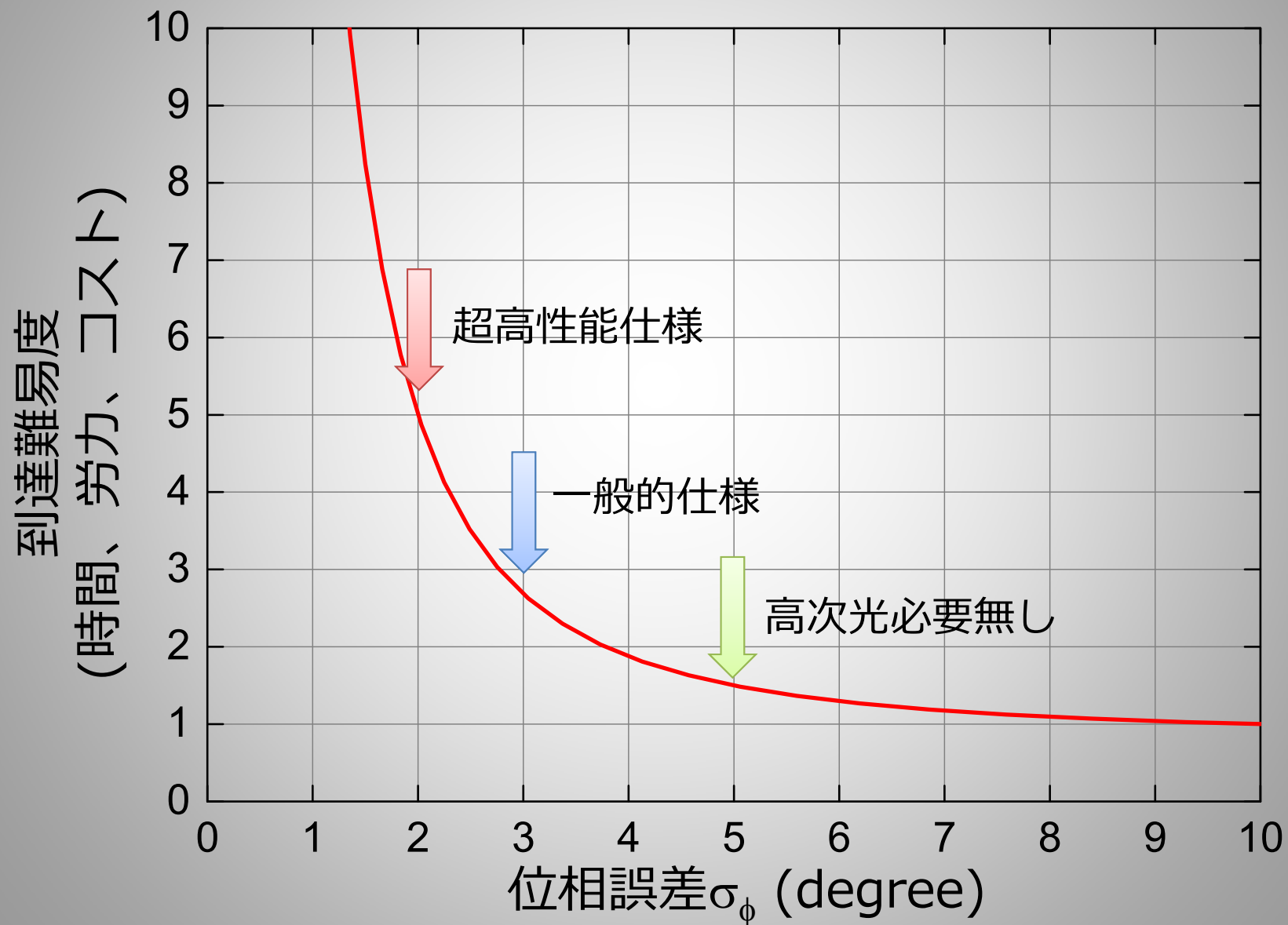
$$\hat{I} \equiv \frac{I_r}{I_0} = \exp(-k^2 \sigma_{\phi}^2)$$

高次光の劣化を精度良く評価可能<sup>[1]</sup>

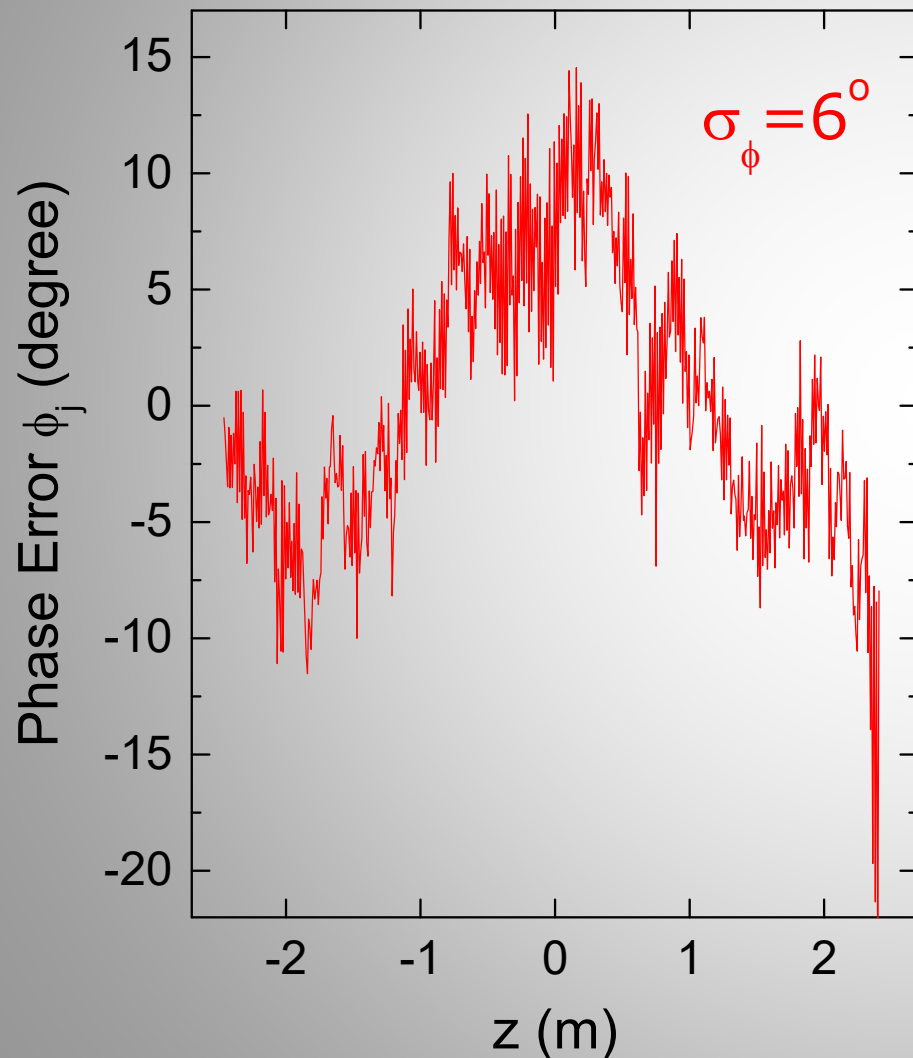
# 位相誤差による性能評価



# 位相誤差到達目標と難易度



# 位相誤差とアンジュレータ仕様策定



急激な(雑音的)位相変化

- ✓ 磁石品質のばらつき
- ✓ 軌道エラー

$$\sigma_\phi^2 \sim \sigma_{noise}^2 + \sigma_{sys}^2$$

緩やかな(系統的)位相変化

- ✓ 磁石品質の偏り
- ✓ 機械誤差による系統的  
不整磁場



# 位相誤差とアンジュレータ仕様策定

磁石ブロック強度仕様

$$\left| \frac{\Delta B}{B} \right| \leq 1\%$$

一般的な磁場調整作業  
(ソーティング、シミング)

アンジュレータ  
構成部品の高精度化

急激な(雑音的)位相変化  
磁石品質のばらつき  
軌道エラー

$$\sigma_{\phi}^2 \sim \sigma_{noise}^2 + \sigma_{sys}^2$$

緩やかな(系統的)位相変化  
磁石品質の偏り  
機械誤差による系統的  
不整磁場

# “超高性能”を目指すには？

磁石ブロック強度仕様

$$\left| \frac{\Delta B}{B} \right| \leq 1\%$$

一般的な磁場調整作業  
(ソーティング、シミング)

## アンジュレータ 構成部品の高精度化

急激な(雑音的)位相変化

- ✓ 磁石品質のばらつき
- ✓ 軌道エラー

$$\sigma_{\phi}^2 \sim \sigma_{noise}^2 + \sigma_{sys}^2$$

緩やかな(系統的)位相変化

- ✓ 磁石品質の偏り
- ✓ 機械誤差による系統的  
不整磁場

# 実用条件における位相誤差の緩和

- 位相誤差に関する報告：実用的条件では位相誤差条件は大幅に緩和される[2,3]
  - 基本式  $\hat{I} = \exp(-k^2 \sigma_\phi^2)$  は、高次光強度の劣化を過大評価
- 実用的条件=光強度@試料
  - 電子ビーム：エミッタンス、分散関数、ベータトロン関数、エネルギー広がり
  - ビームライン：角度アクセプタンス



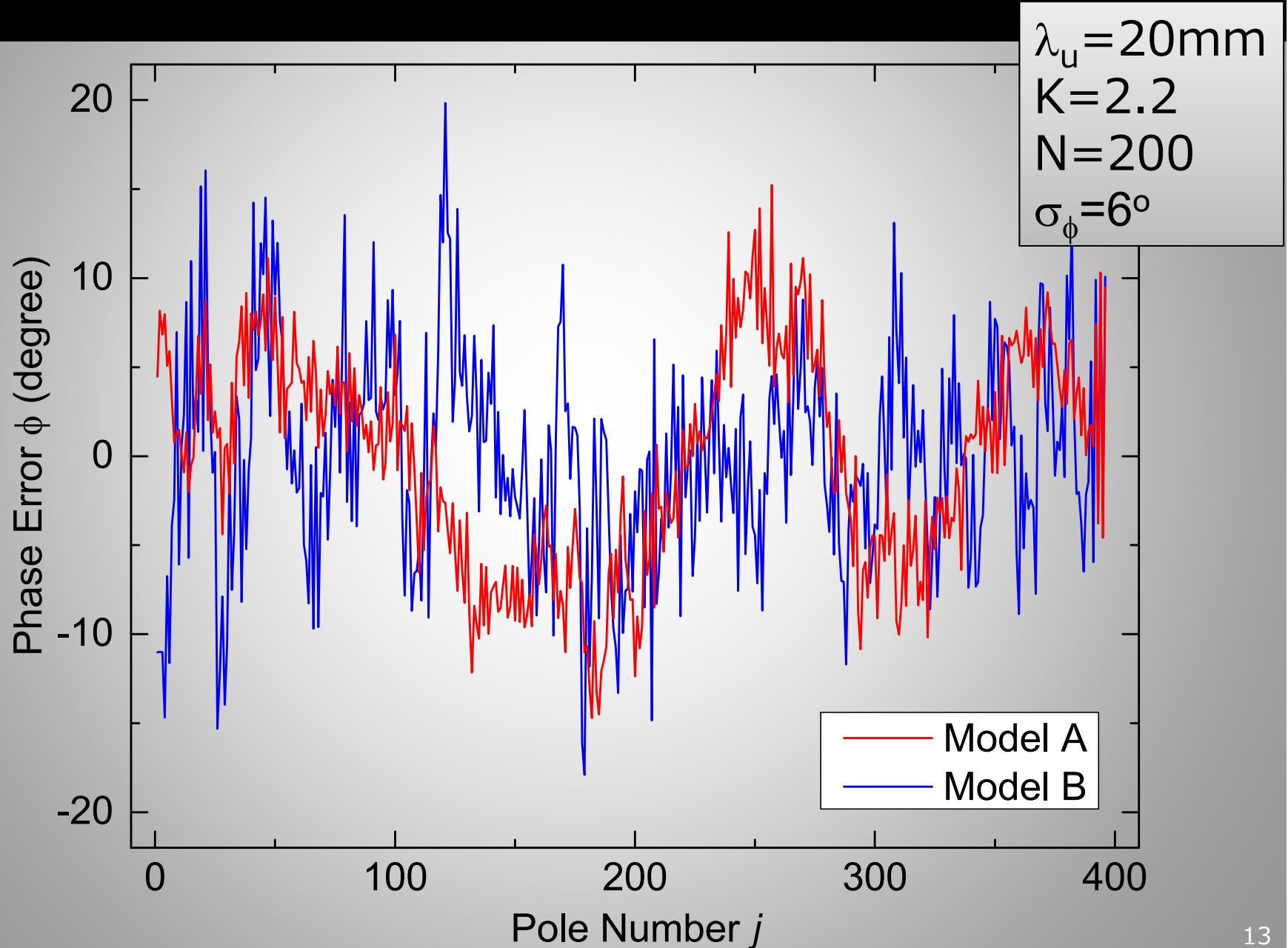
全てが位相誤差の影響を緩和する

[2] S. Casalbuoni, Proceedings of IPAC2012, 711 (2012)

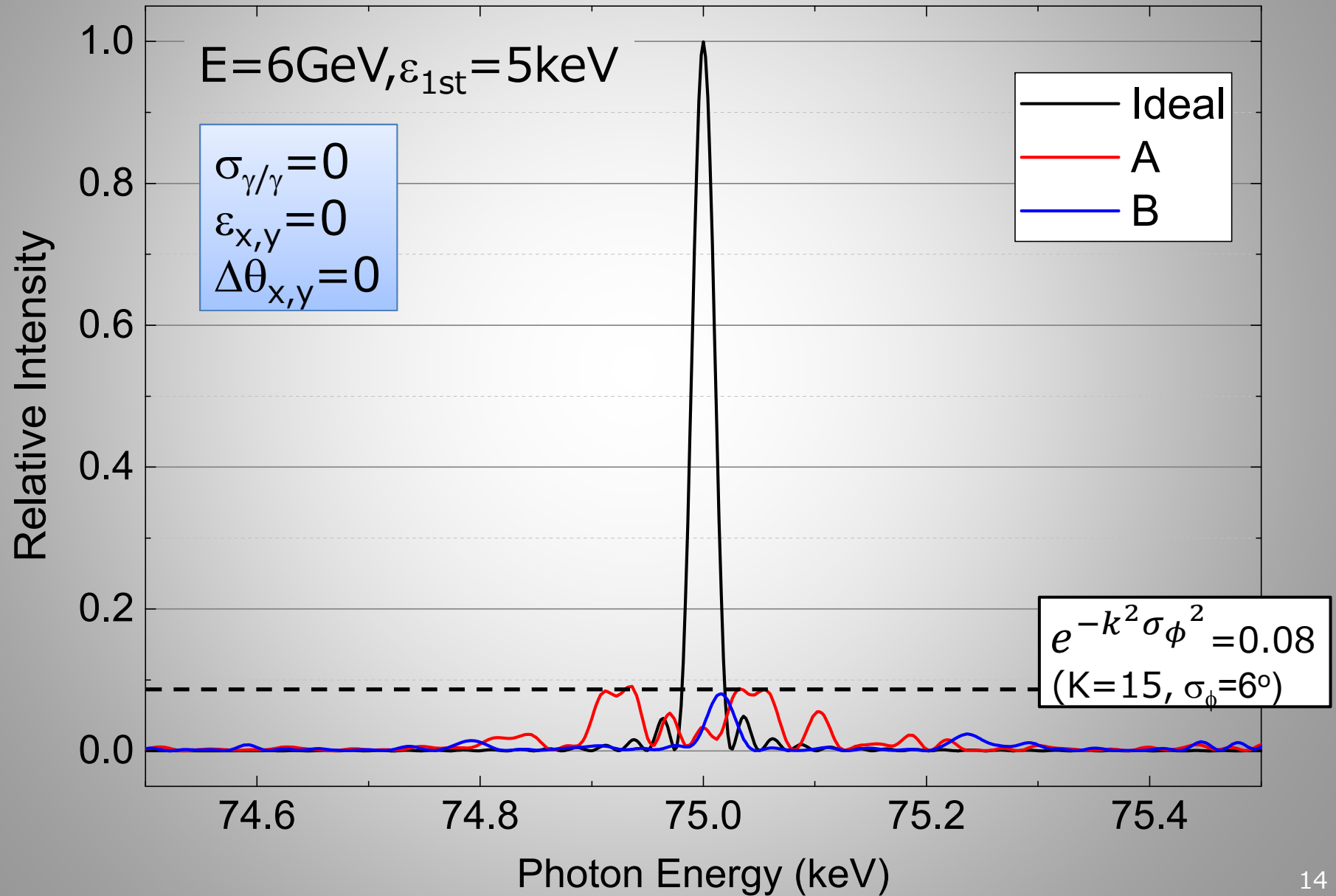
[3] R. P. Walker, Phys. Rev. ST Accel. Beams 16, 010704 (2013)

# 位相誤差緩和の例

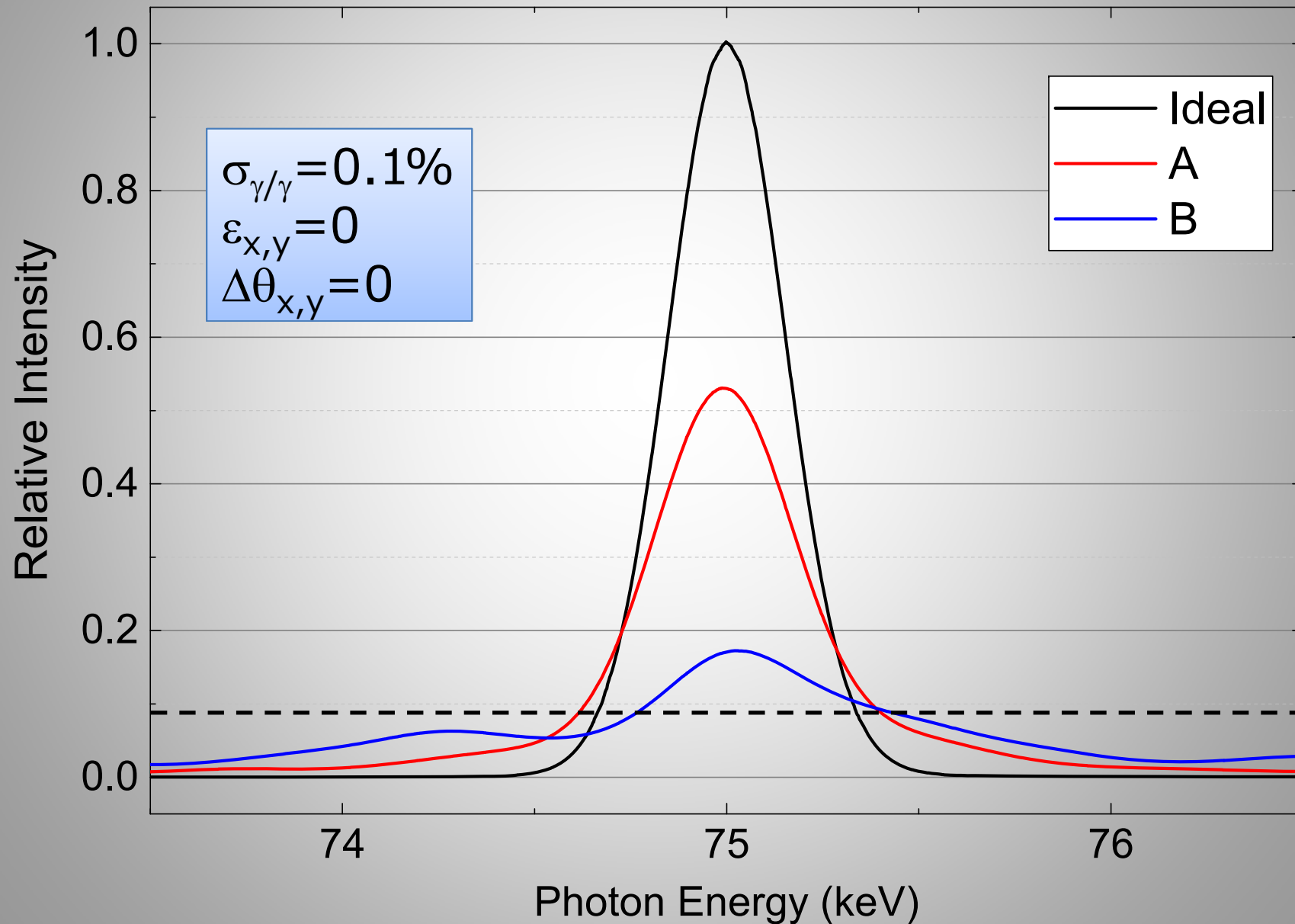
# 位相誤差例(乱数で生成)



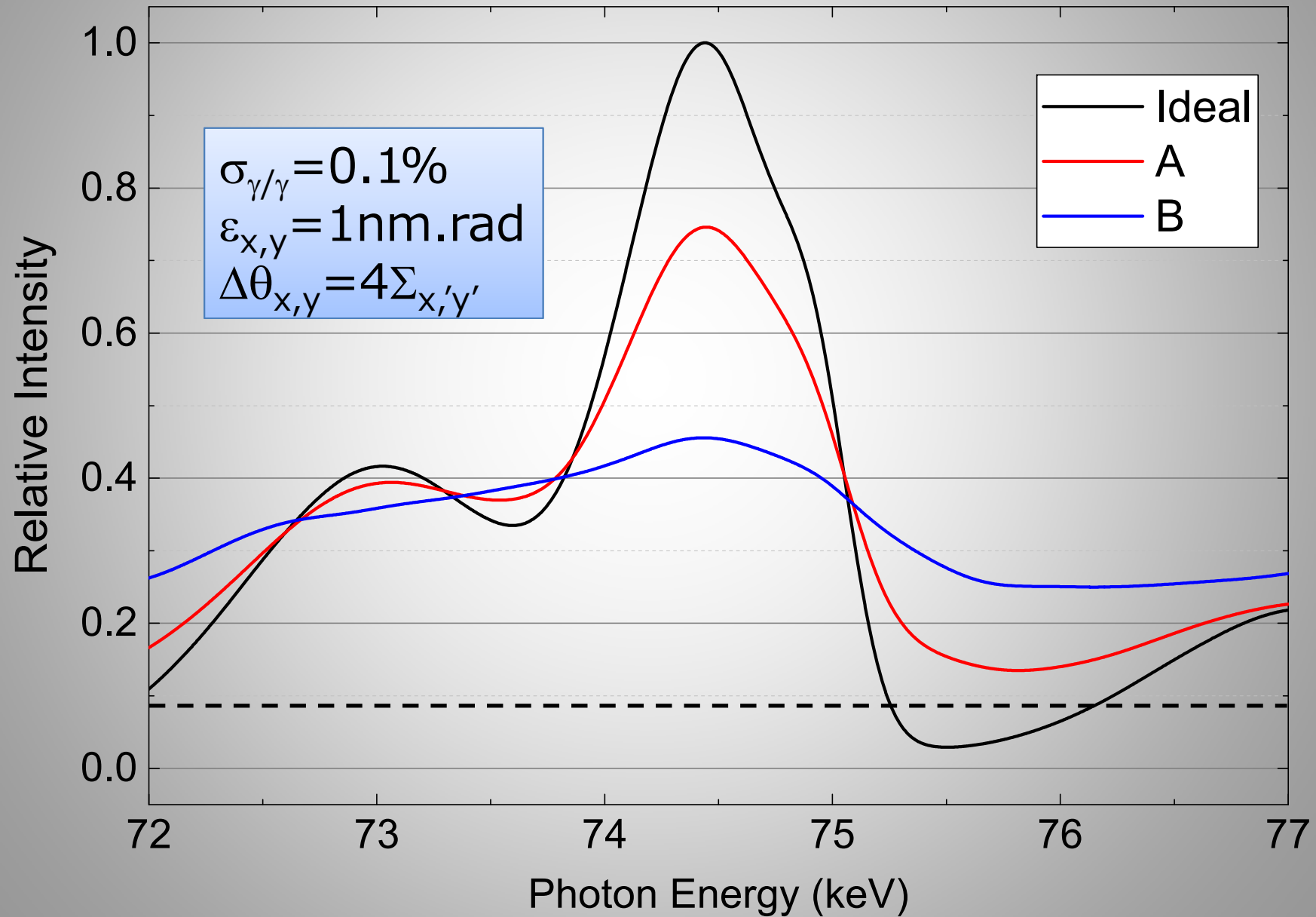
# 單一電子



# 有限エネルギー広がり



# 有限エミッタンス・角度アクセプタンス



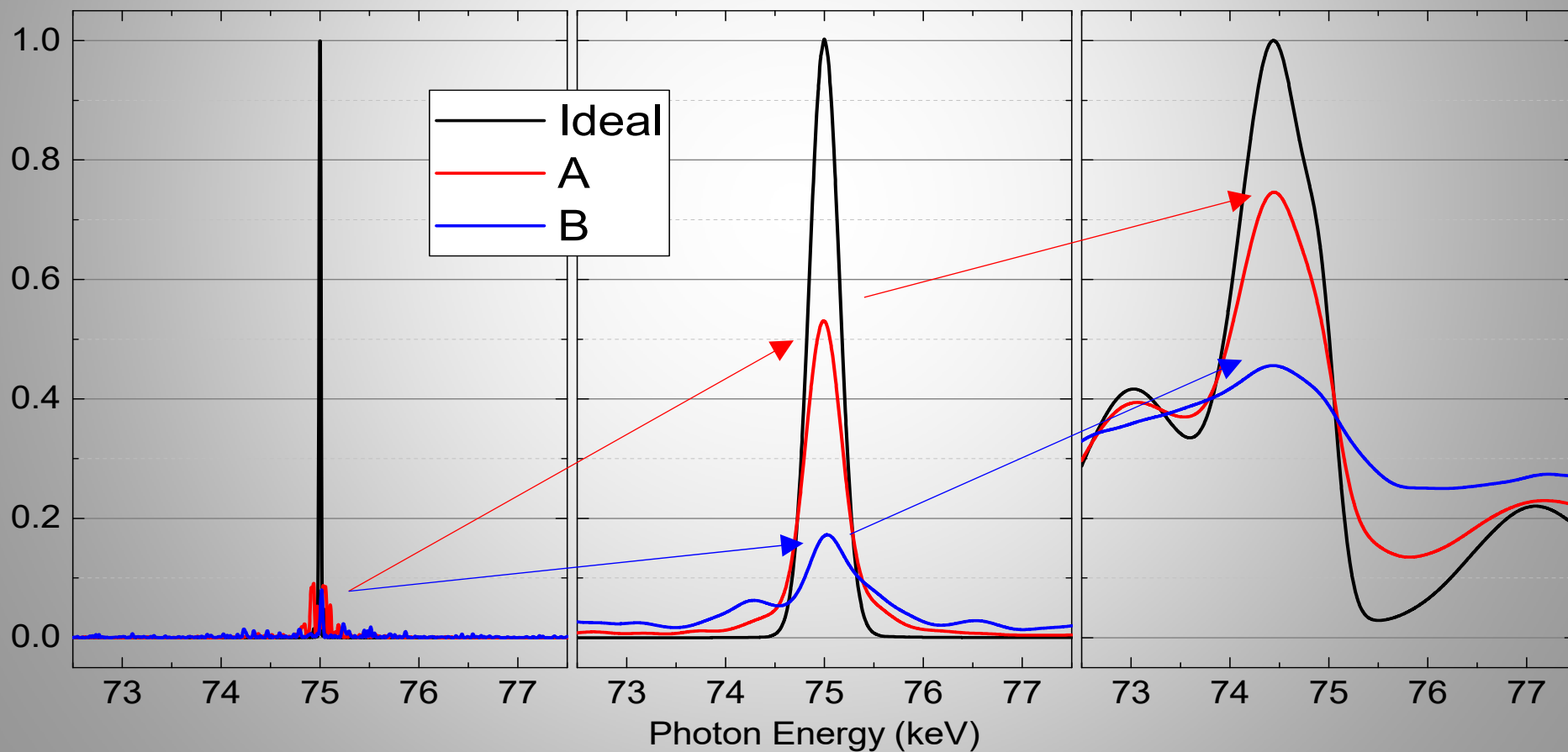


# 実用条件における位相誤差緩和

単一電子  
軸上光強度

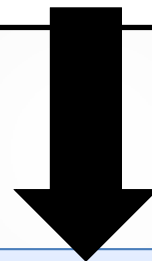
エネルギー幅  
軸上光強度

エネルギー幅  
エミッタンス  
角度アクセプタンス



実用的条件において、従来の位相誤差( $\sigma_\phi$ )は

1. 高次光強度の劣化を過大評価(アンジュレータ品質を過小評価)する
2. 実用条件下での緩和効果と相関が無い



緩和効果を考慮した、実用的条件でも適用可能な位相誤差（一般化位相誤差）の提唱<sup>[4]</sup>

[4] T. Tanaka, Phys. Rev. Accel. Beams 21, 110704 (2018)

# 一般化位相誤差

# 一般化位相誤差・定義

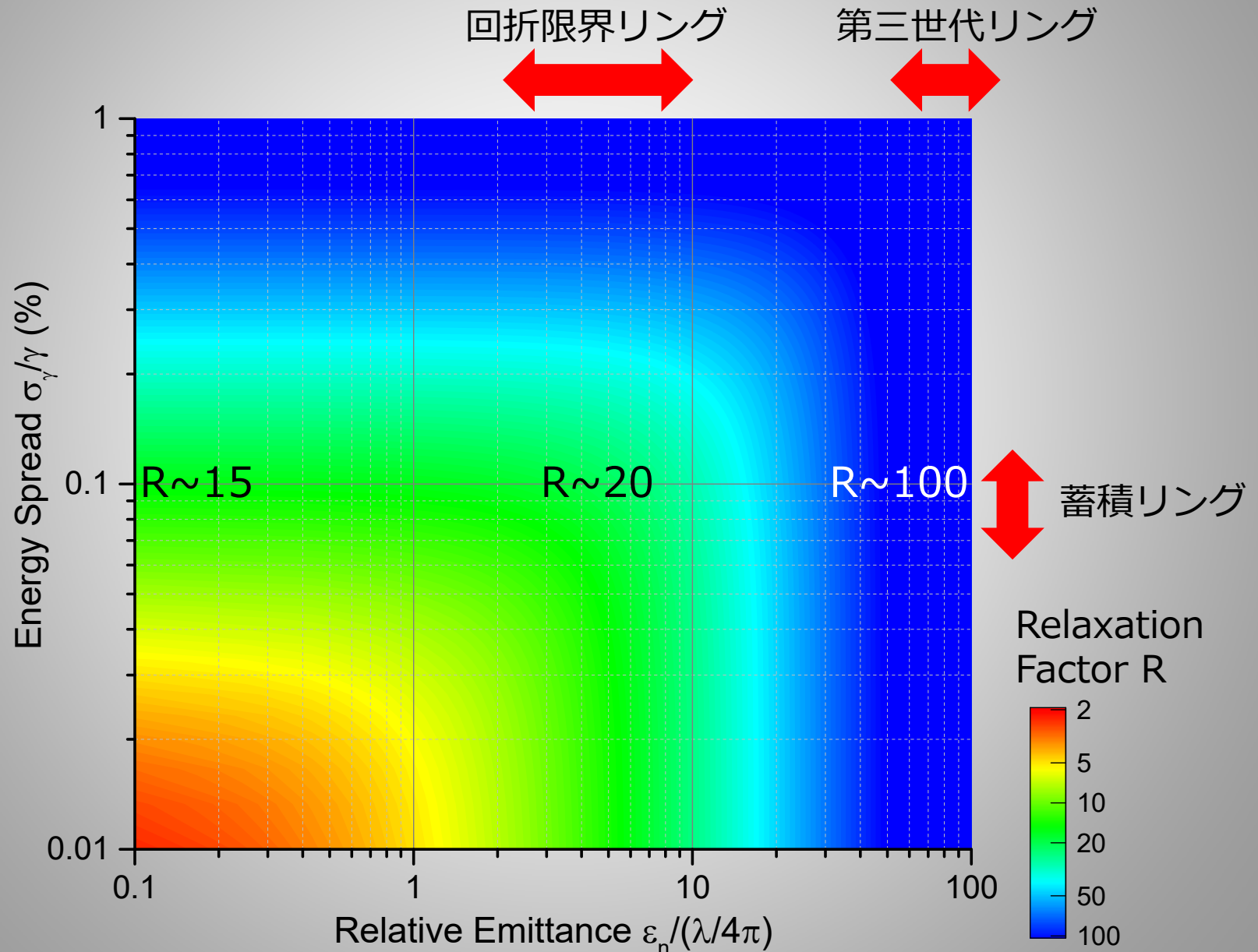
$$\Sigma_{\phi}^2 = \sigma_{\phi}^2 - \sigma_{\langle\phi\rangle}^2$$

$\phi$  : 従来の位相誤差(基本位相誤差)  
 $\langle\phi\rangle$  :  $\phi$  の単純移動平均(平均幅N/R)

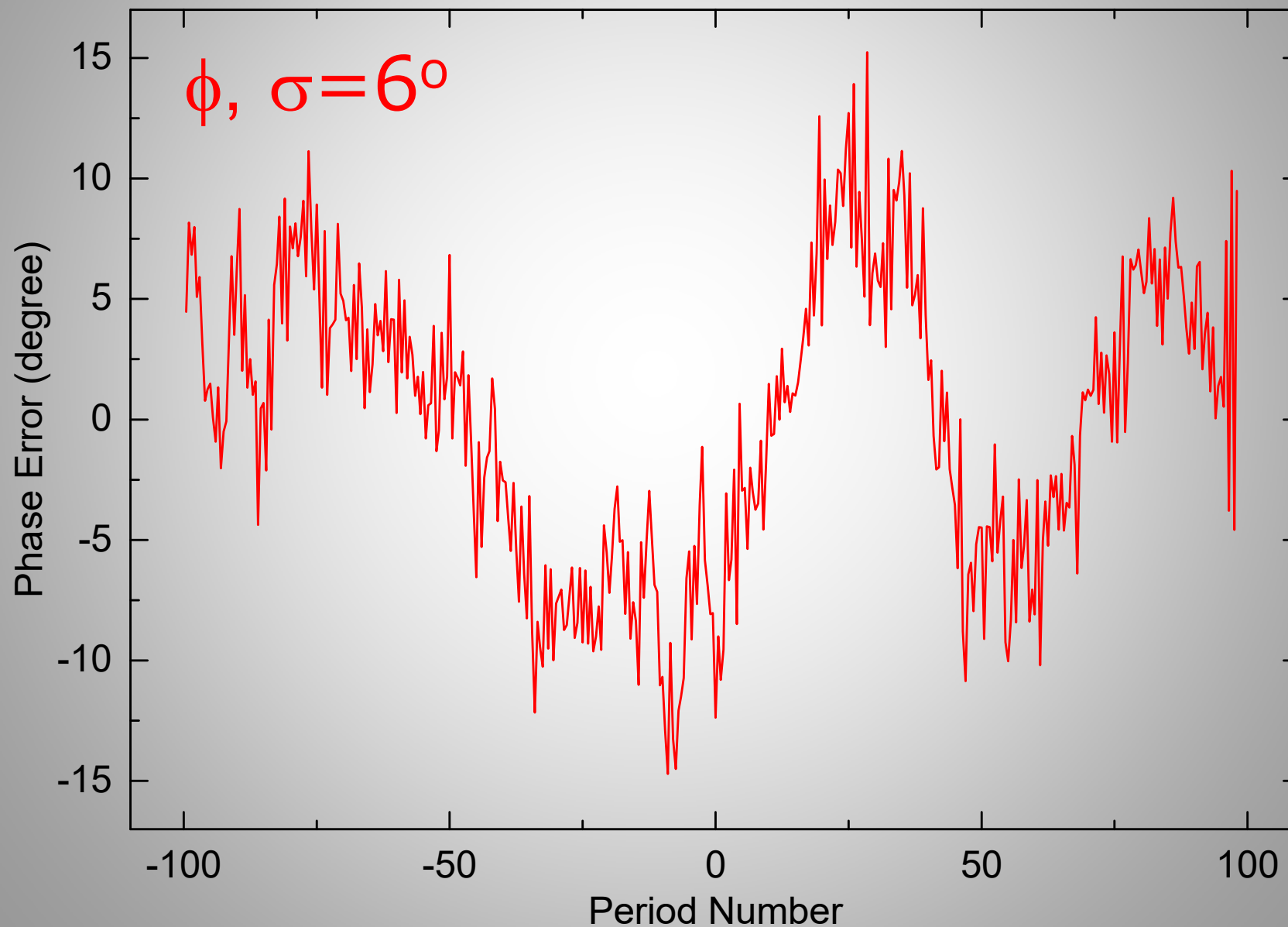
実用条件における各種の影響は移動平均の幅を決める緩和因子Rとして現れる

$$R \left( \frac{\sigma_{\gamma}}{\gamma}, \sigma_{x'}, \sigma_{y'}, \Delta\theta_x, \Delta\theta_y \right) = \sqrt{1 + 8\pi \left( kN \frac{\sigma_{\gamma}}{\gamma} \right)^2 + \frac{k^2}{4\sigma_{r'}^4} \left[ \sigma_{x'}^2 + \left( \frac{\Delta\theta_x}{\pi} \right)^2 \right] \left[ \sigma_{y'}^2 + \left( \frac{\Delta\theta_y}{\pi} \right)^2 \right]}$$

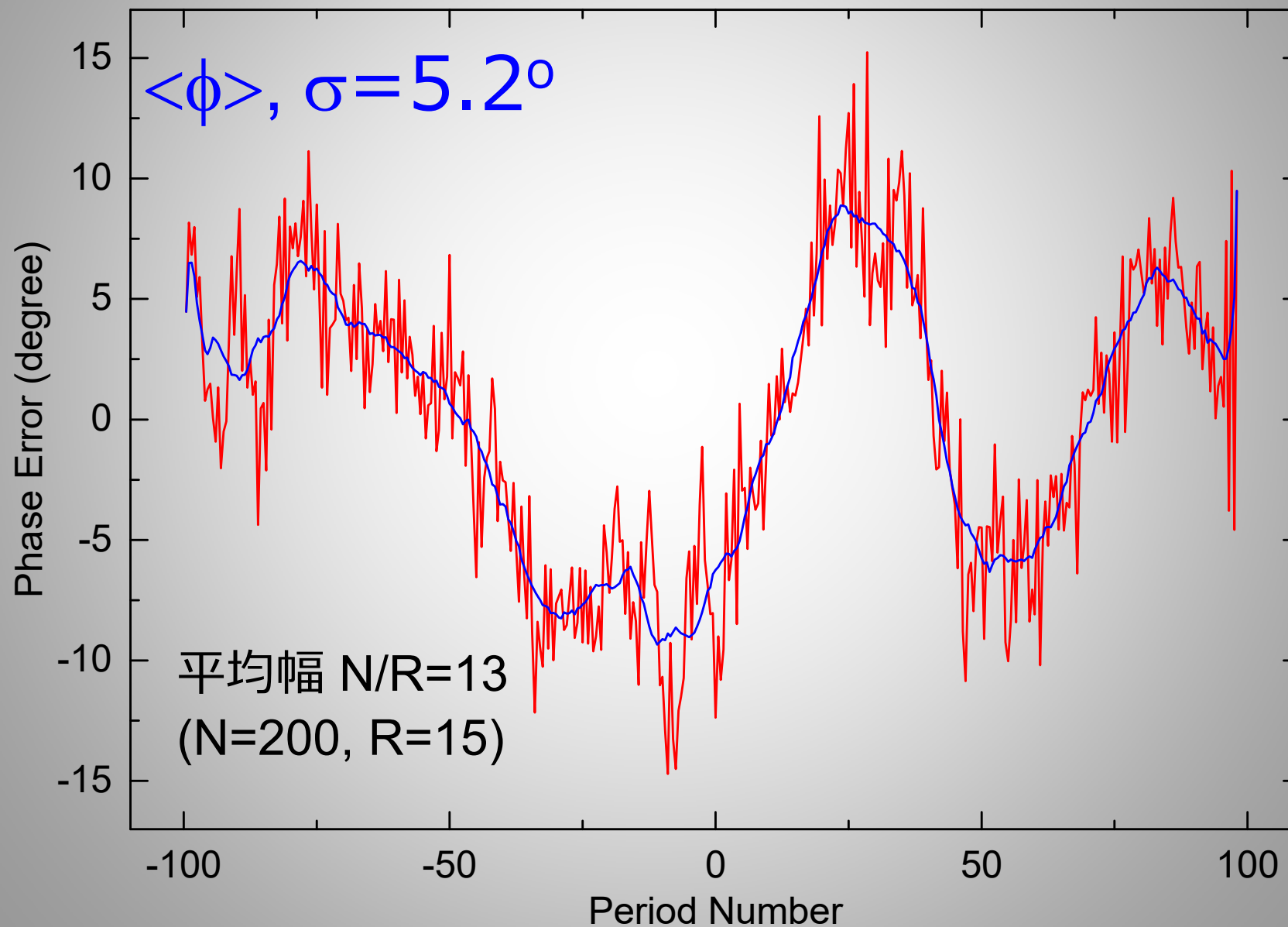
# 緩和因子の例 ( $N=200, k=15, 4\sigma$ )



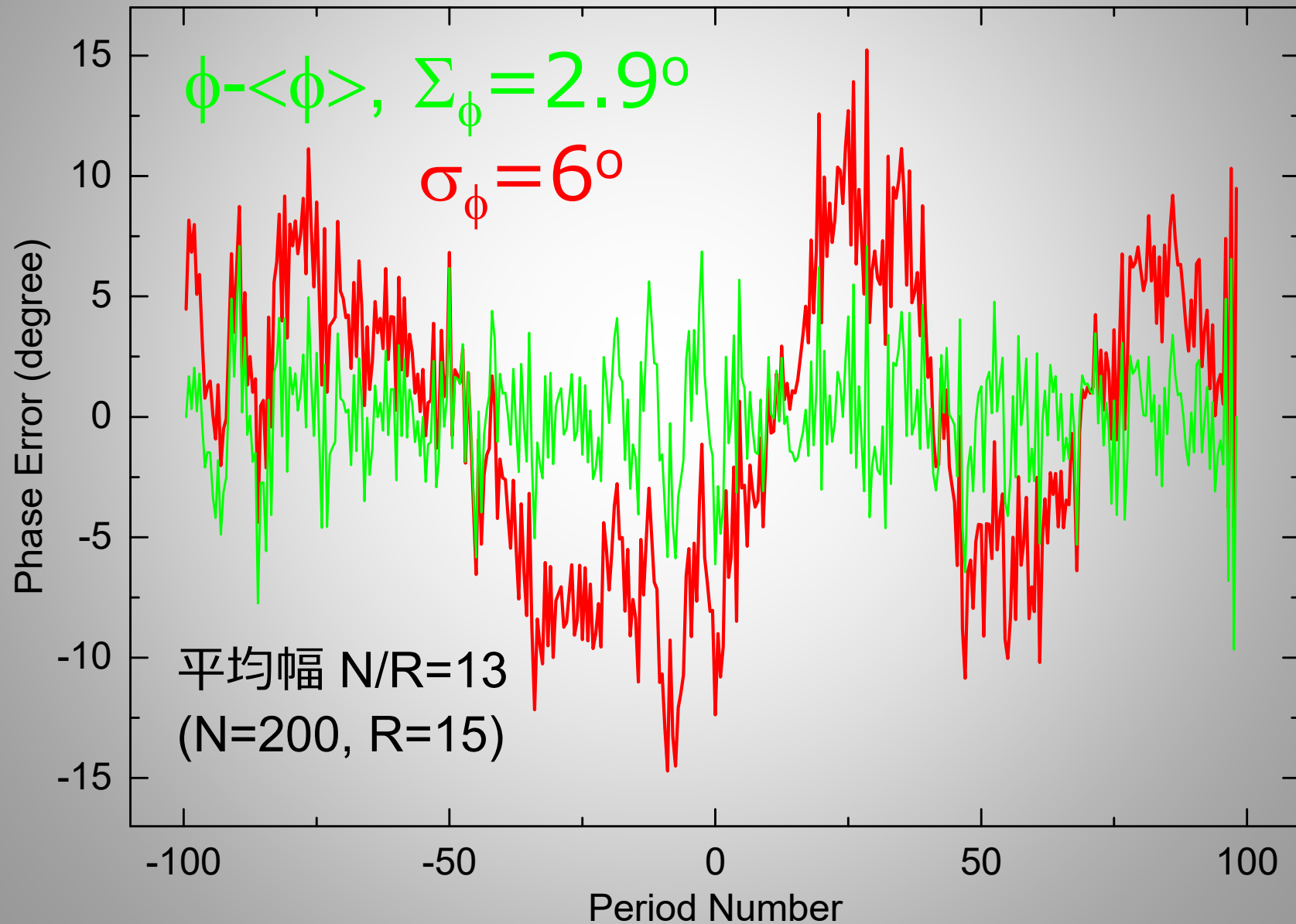
# 一般化位相誤差計算の実際



# 一般化位相誤差計算の実際



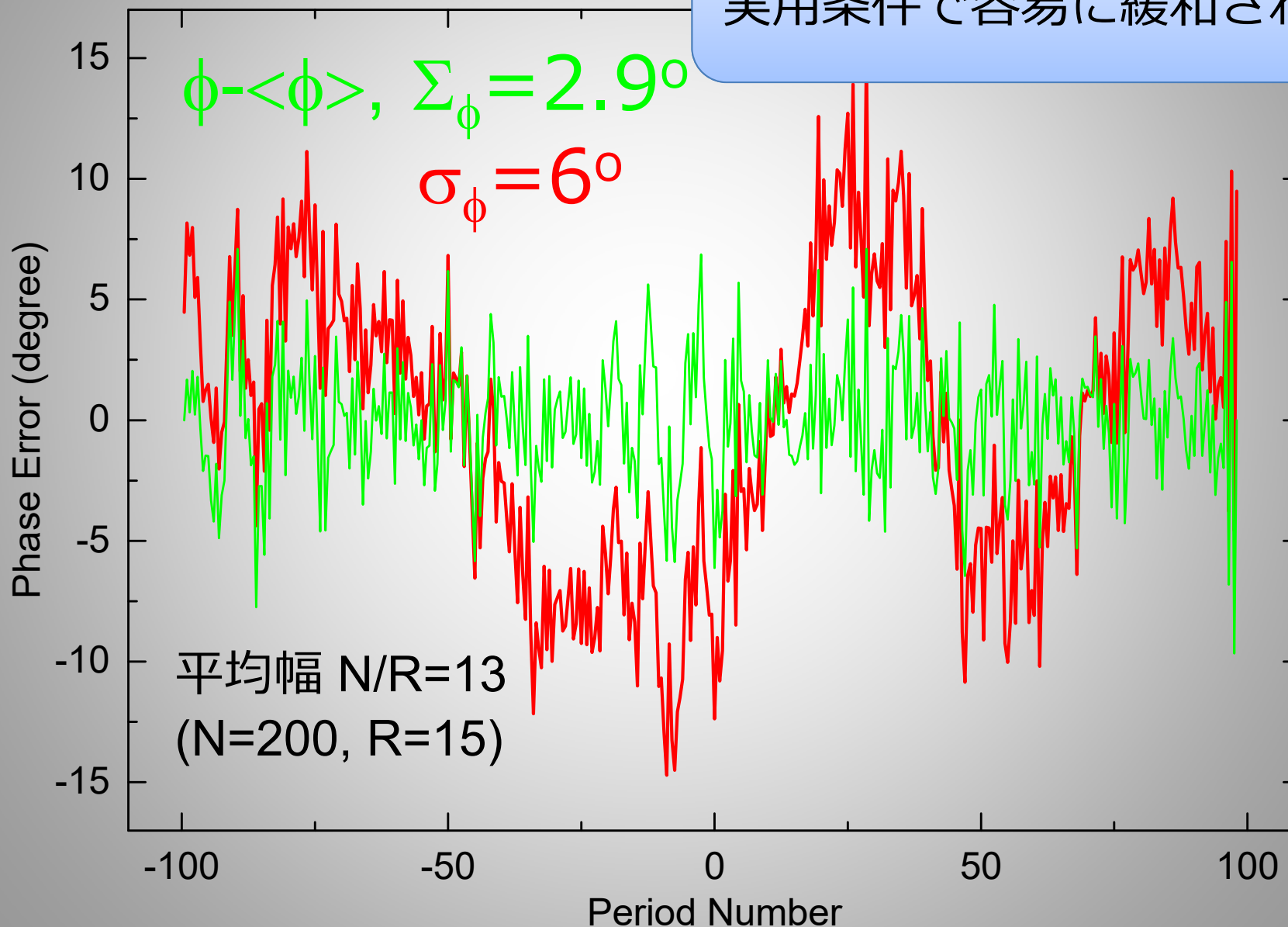
# 一般化位相誤差計算の実際



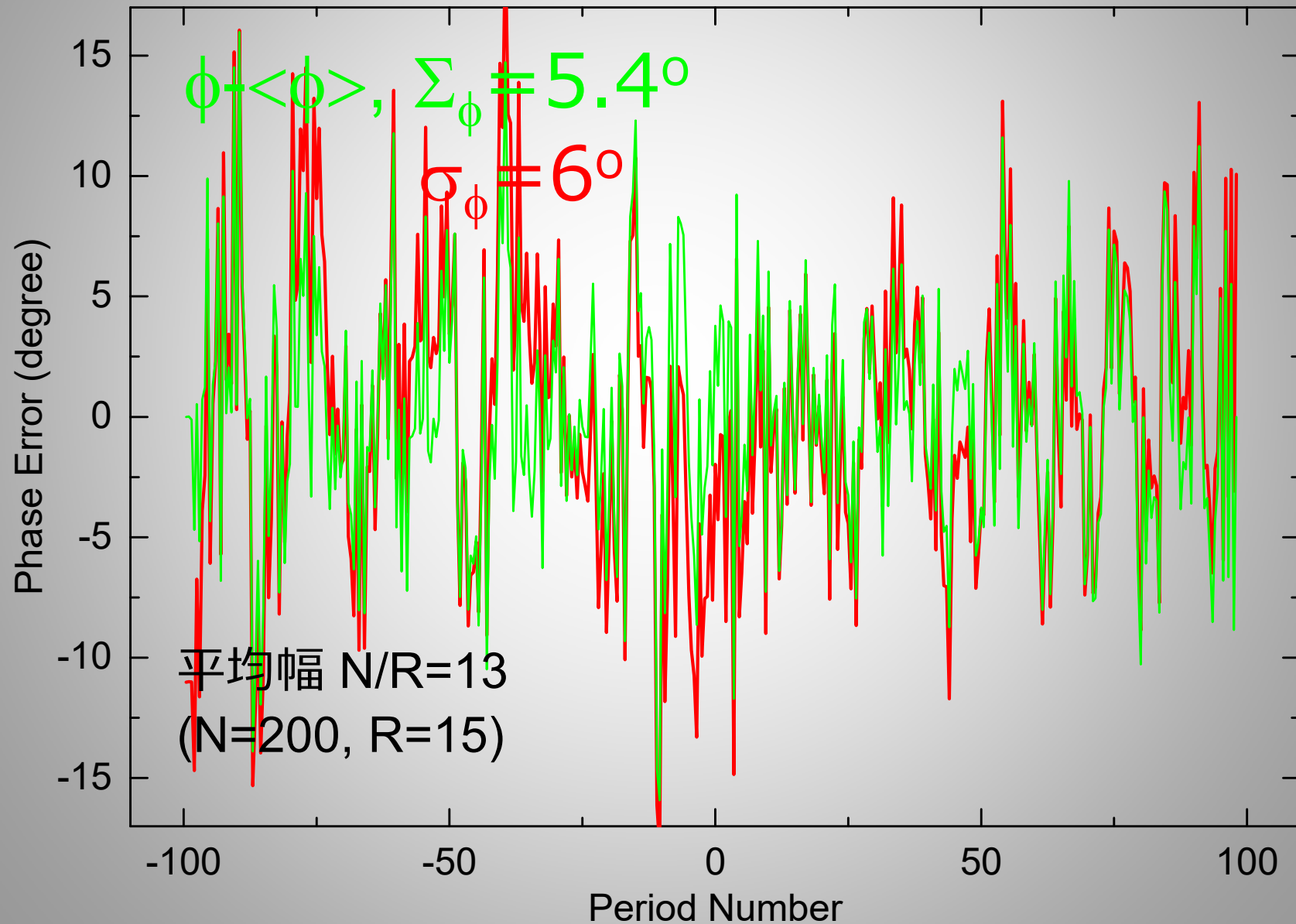


# 一般化位相誤差計算の実例

滑らかな位相誤差変化は  
実用条件で容易に緩和される

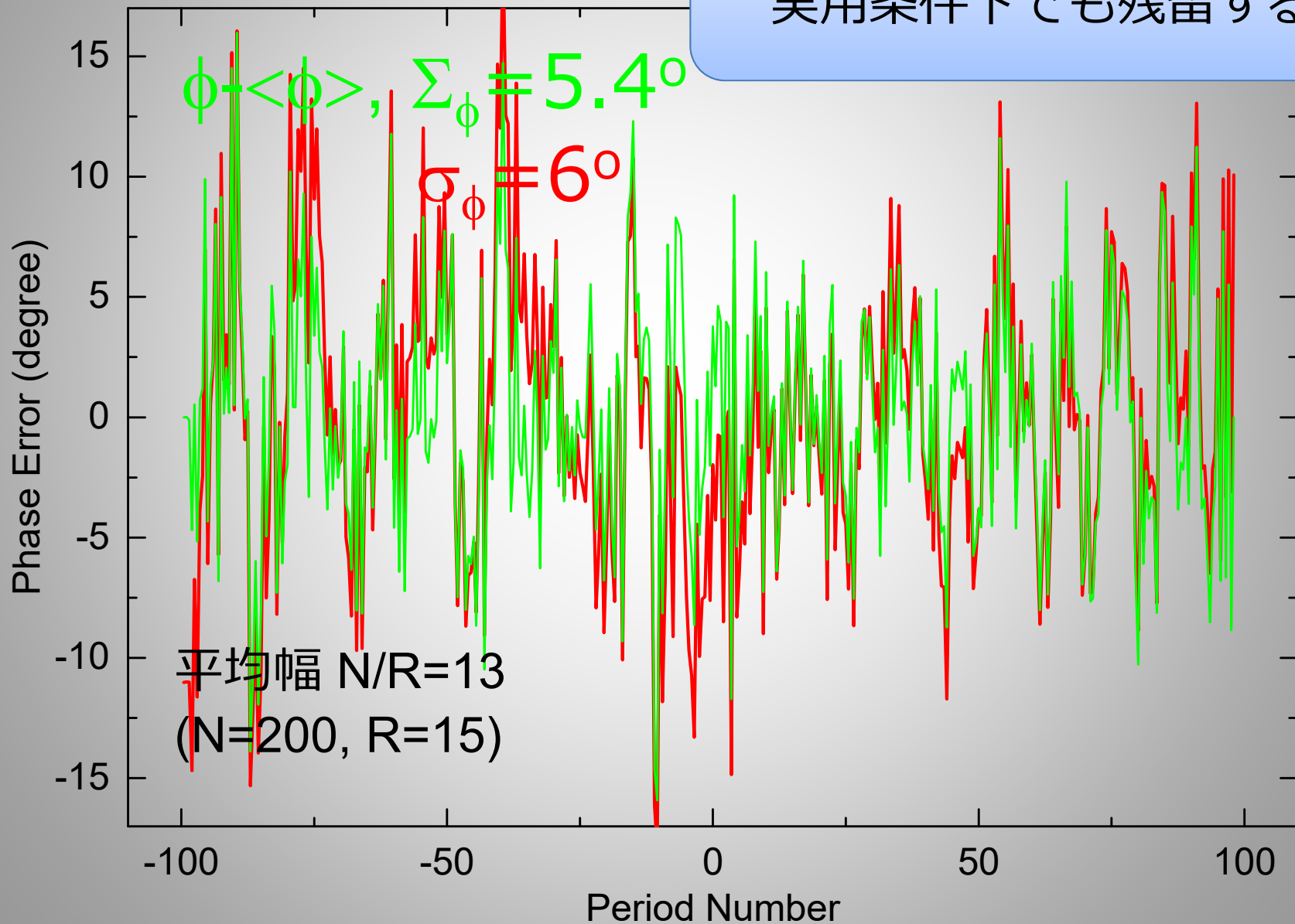


# 不整磁場モデルBへの適用

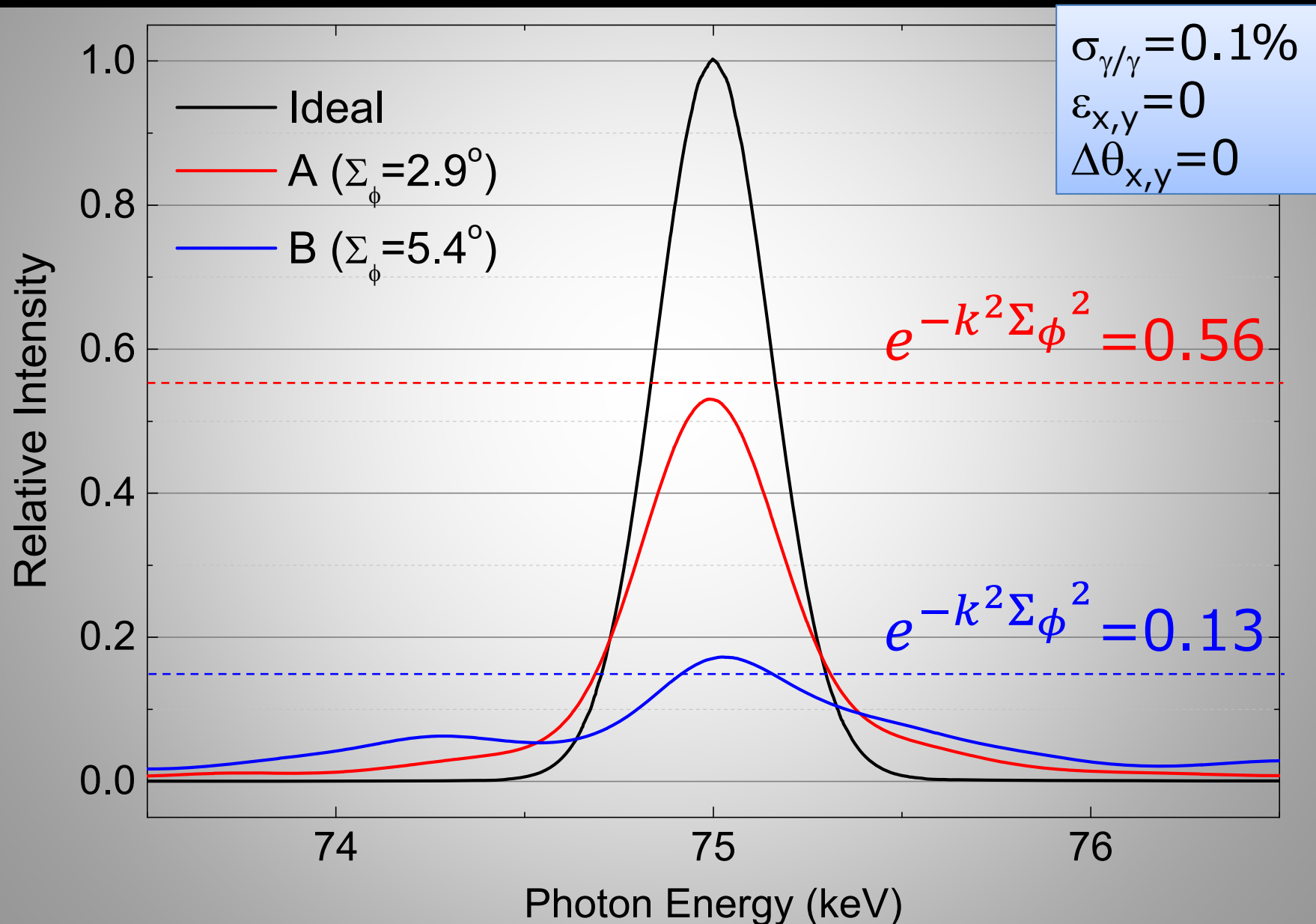


# 不整磁場モデルの応用

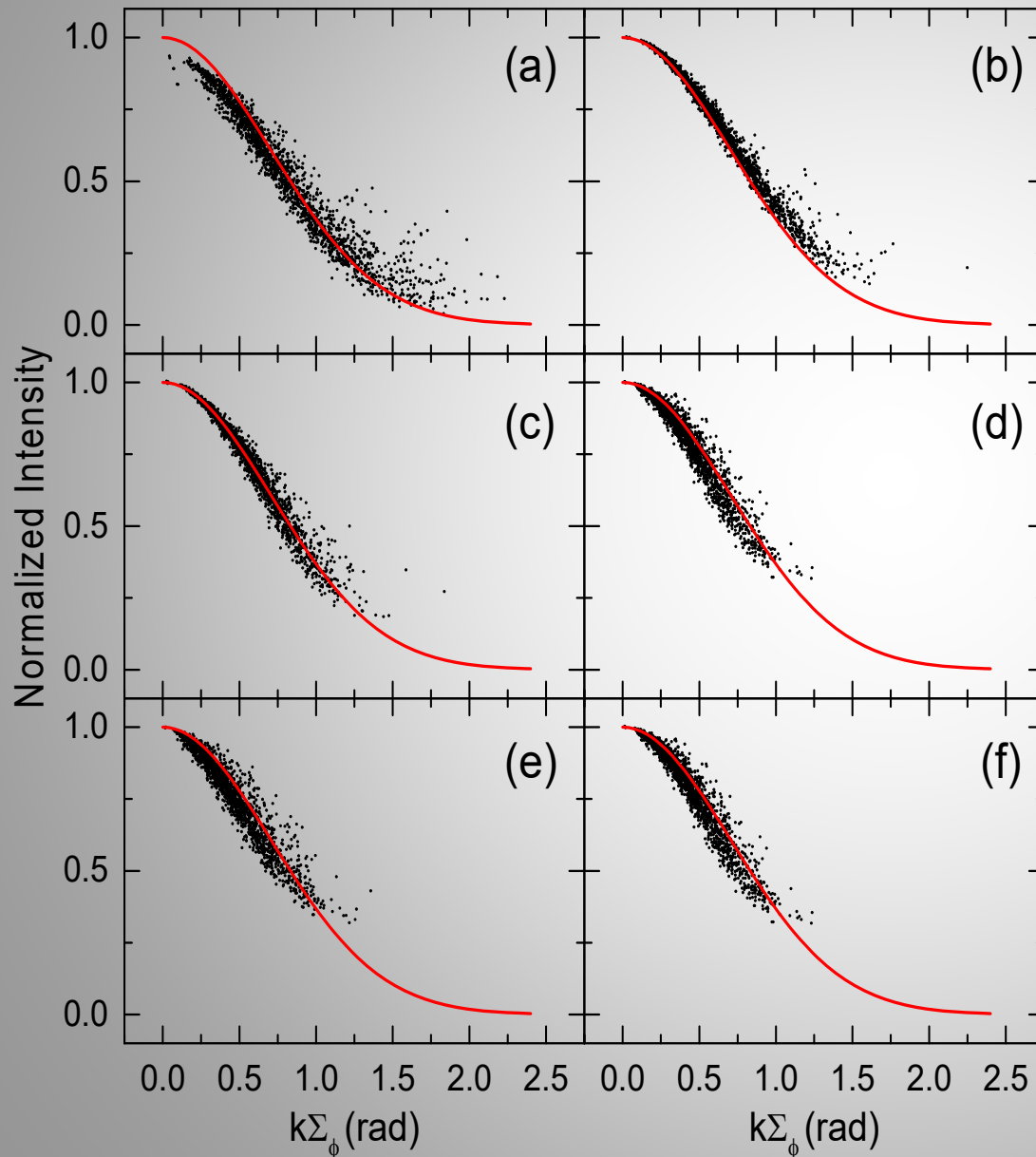
急激な位相誤差変化は  
実用条件下でも残留する



# 一般化位相誤差による高次強度の推定



# 一般化位相誤差の妥当性

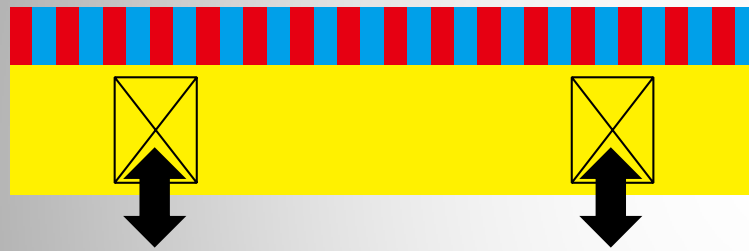


	$\sigma_\gamma/\gamma$ (%)	$\varepsilon_x$ (m.rad)	$\Delta\theta/\sigma_p$
(a)	0	0	0
(b)	0.1	0	0
(c)	0.1	$10^{-10}$	0
(d)	0.1	$10^{-10}$	4
(e)	0.1	$10^{-9}$	0
(f)	0.1	$10^{-9}$	4

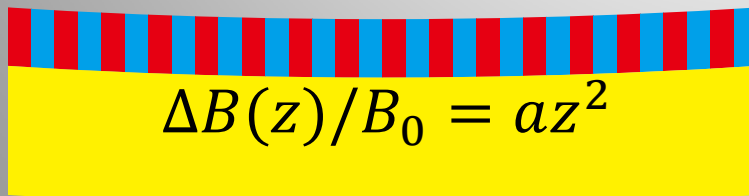
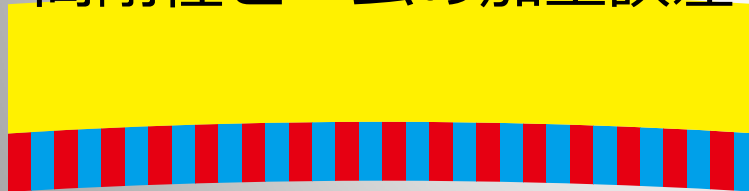
アンジュレータ不整磁場  
モデルを乱数で600個生  
成し、厳密計算と $\Sigma_\phi$ によ  
る簡易評価とを比較

# 系統的不整磁場による影響評価

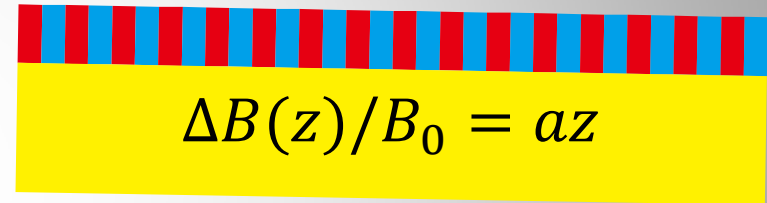
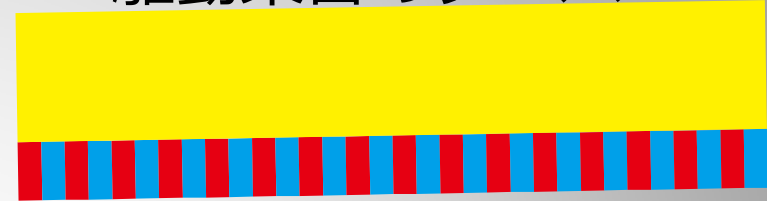
# “系統的”不整磁場



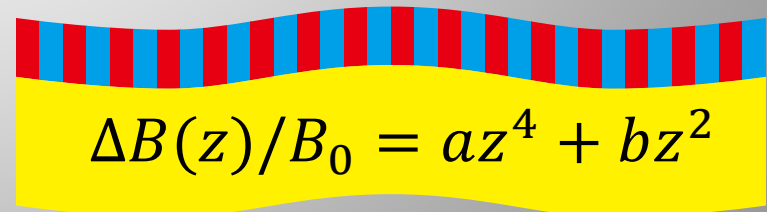
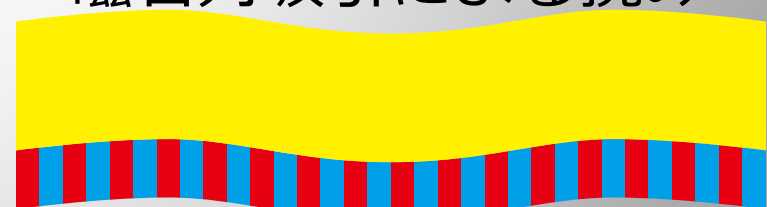
高剛性ビームの加工誤差



駆動架台のテーパ

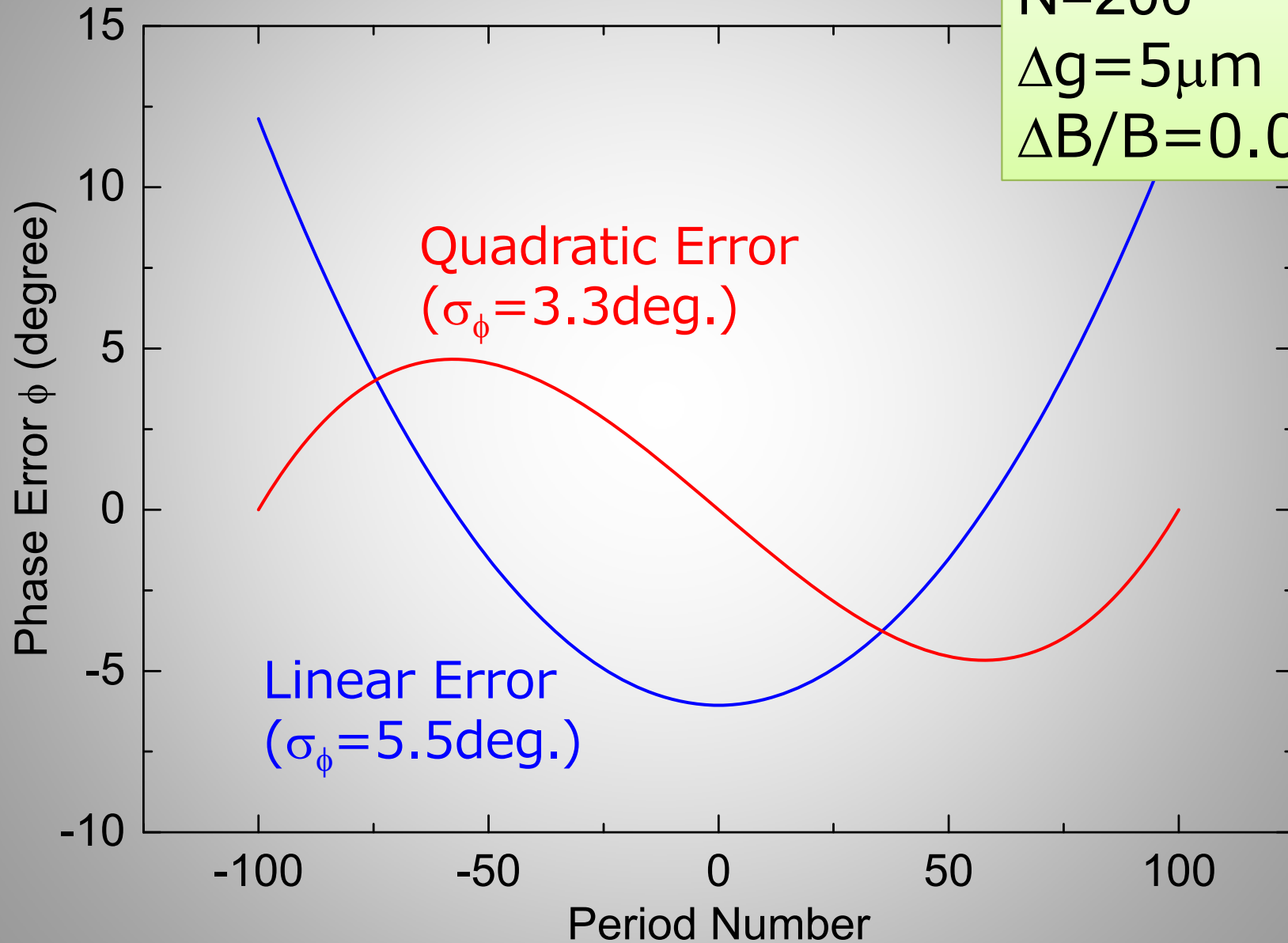


磁石列吸引による撓み



# 位相誤差計算例

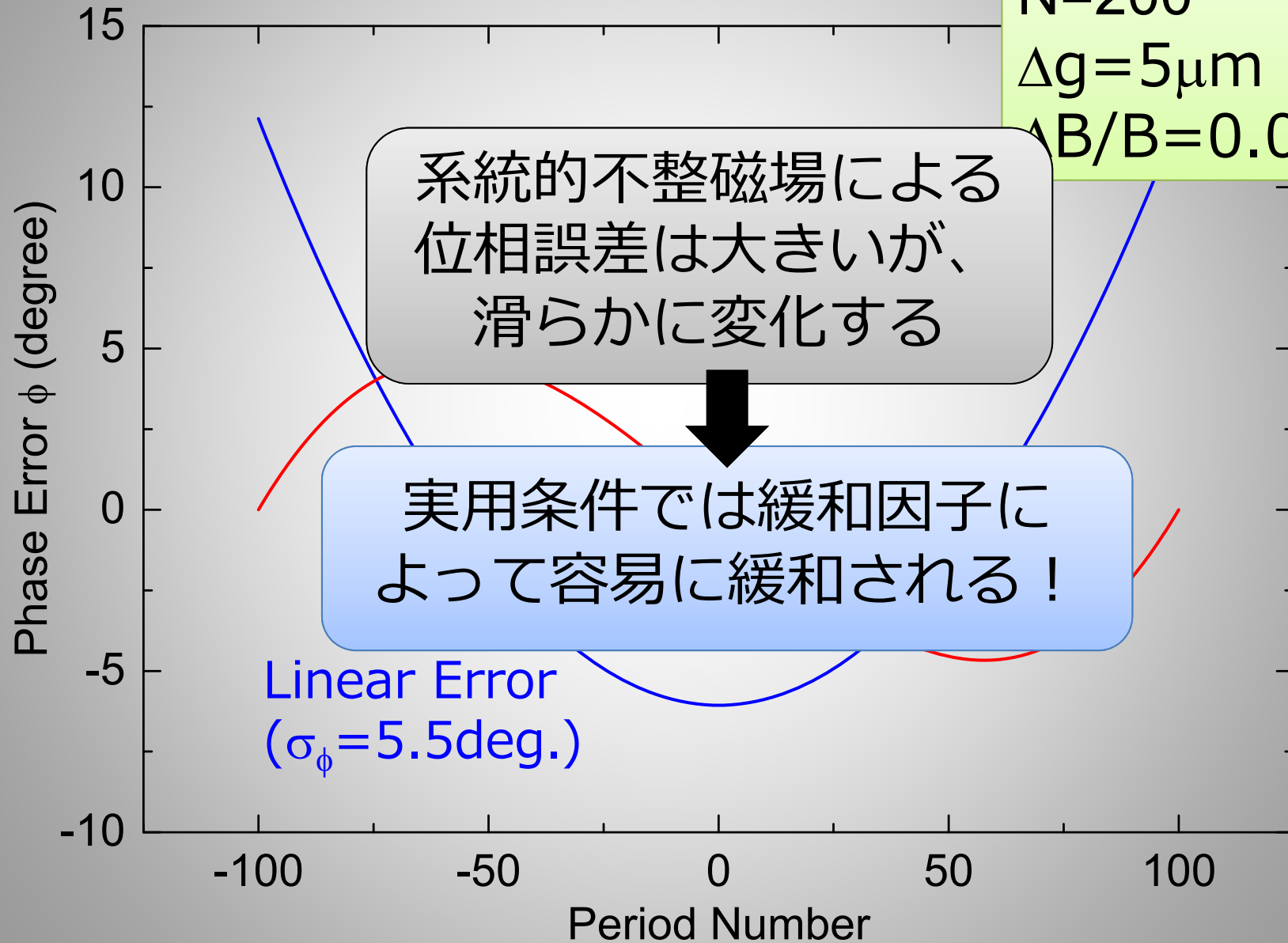
$\lambda_u = 20\text{mm}$   
 $N = 200$   
 $\Delta g = 5\mu\text{m}$   
 $\Delta B/B = 0.08\%$





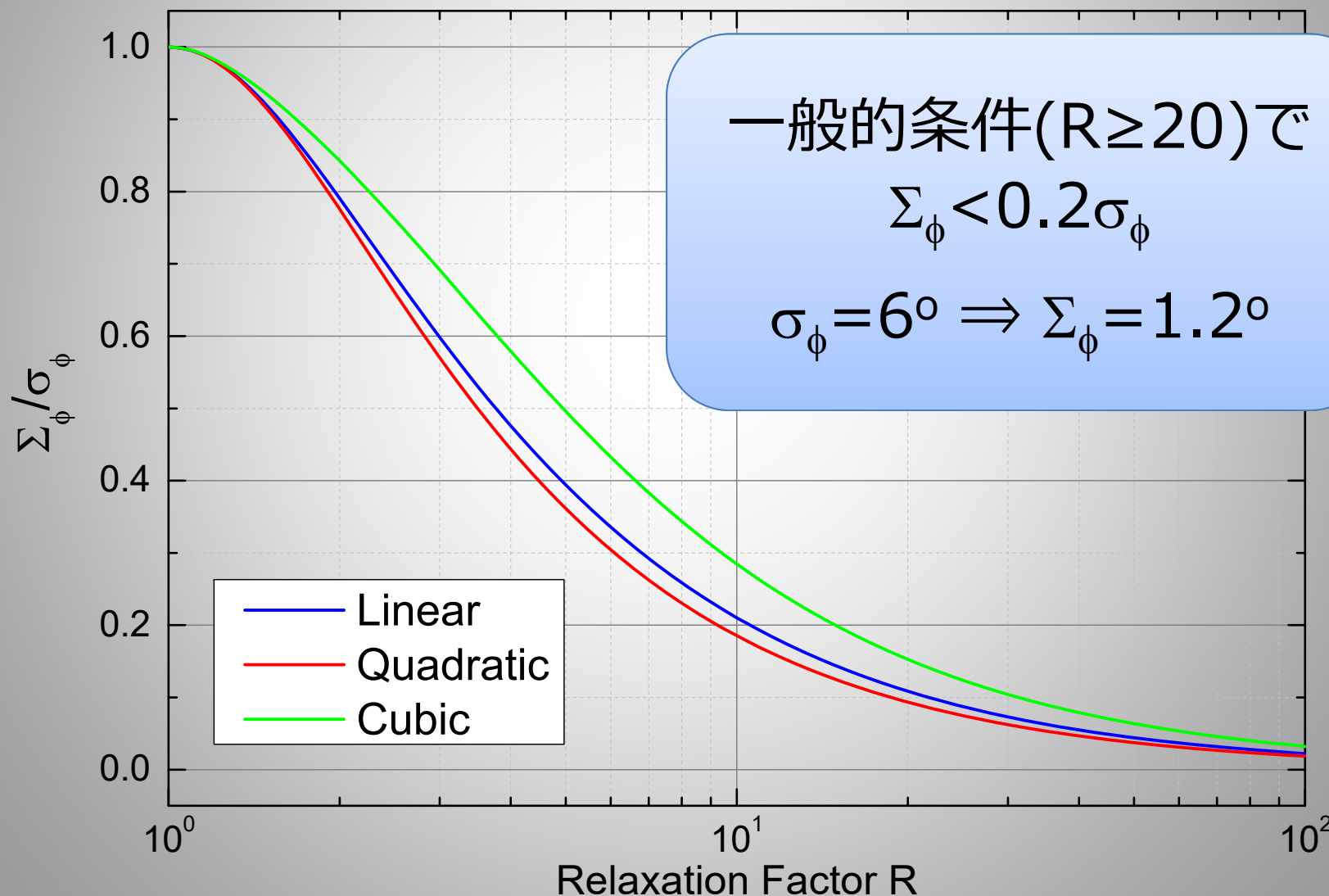
# 位相誤差計算例

$\lambda_u = 20\text{mm}$   
 $N = 200$   
 $\Delta g = 5\mu\text{m}$   
 $\Delta B/B = 0.08\%$



# 系統不整磁場による位相誤差の緩和

系統的な不整磁場(1~3次)における位相誤差の緩和(解析式)



# 再考：アンジュレータ仕様策定

磁石ブロック強度仕様

$$\left| \frac{\Delta B}{B} \right| \leq 1\%$$

一般的な磁場調整作業  
(ソーティング、シミング)

## アンジュレータ 構成部品の高精度化

急激な(雑音的)位相変化

- ✓ 磁石品質のばらつき
- ✓ 軌道エラー

$$\sigma_{\phi}^2 \sim \sigma_{noise}^2 + \sigma_{sys}^2$$

緩やかな(系統的)位相変化

- ✓ 磁石品質の偏り
- ✓ **機械誤差による系統的  
不整磁場**

位相誤差  
緩和因子

# 再考：アンジュレータ仕様策定

磁石ブロック強度仕様

急激な(雑音的)位相変化

✓ 磁石品質のばらつき

一般的  
(ソーテ

**エネルギー幅~0.1%である限り、  
機械誤差への過度に厳しい条件  
は必要無し**

$$+ \sigma_{sys}^2$$

アン  
構成部品の高精度化

緩やかな(系統的)位相変化

✓ 磁石品質の偏り

✓ 機械誤差による系統的  
不整磁場

位相誤差  
緩和因子

ご清聴ありがとうございました

# 位相誤差：アンジュレータ磁場調整の基準

$$\phi_j = \omega_1 [\tau_r(z_j) - \tau_0(z_j)]$$

発光点(磁極)で形成される  
光パルスの位相のばらつき



$$\tau(z) = \frac{1}{2\gamma^2 c} \int [1 + \gamma^2 \beta_{\perp}^2(z)] dz$$

遅延時間  
(観測者時間)

$$= \frac{2\pi}{\lambda_u} \frac{1}{1 + K^2/2} \int_0^{z_j} \left[ \gamma^2 \beta_{\perp}^2(z) - \frac{K^2}{2} \right] dz$$

磁場分布  $B_{x,y}(z)$  が与えられれば容易に計算可能

位相誤差の標準偏差( $\sigma_{\phi}$ )を用いて  
高次光の劣化を精度良く評価可能<sup>[1]</sup>

$$\hat{I} \equiv \frac{I_r}{I_0} = \exp(-k^2 \sigma_{\phi}^2)$$

[1] R. Walker, Nucl. Instrum. Methods A 335, 328 (1993)

# 系統的不整磁場による位相誤差

“系統的” = 不整磁場 $\Delta B(z)$ が滑らかに変化

$$\begin{aligned}\phi_j &= \frac{2\pi}{\lambda_u} \frac{1}{1 + K^2/2} \int_0^{z_j} \left[ \gamma^2 \beta_{\perp}^2(z) - \frac{K^2}{2} \right] dz \\ &= \frac{2\pi}{\lambda_u} \frac{K^2}{1 + K^2/2} \int_0^{z_j} \frac{\Delta B(z)}{B_0} dz\end{aligned}$$

基本位相誤差 $\propto$ 不整磁場の積算



$\Delta B(z)/B_0$  が小さい場合でも、系統的  
不整磁場による基本位相誤差 $\sigma_{\phi}$ は増大

# 緩和因子の例 (N=200, k=15, 1σ)

