

# ビームダイナミクス研究用小型イオントラップによる非線形共鳴励起実験 PRELIMINARY BEAM-DYNAMICS EXPERIMENT ON THE EXCITATION OF NONLINEAR RESONANCES USING A MODIFIED PAUL ION TRAP

青木将晃<sup>#</sup>, 伊藤清一, 岡本宏己, 檜垣浩之  
Masaaki Aoki<sup>#</sup>, Kiyokazu Ito, Hiromi Okamoto, Hiroyuki Higaki  
AdSM, Hiroshima Univ.

## Abstract

A compact linear Paul trap (LPT) confining a large number of ions has been employed at Hiroshima University to conduct a systematic experimental study of beam stability in modern particle accelerators. This unique approach to fundamental beam-dynamics issues is based on the fact that a charged particle beam in an alternating-gradient transport channel is physically almost equivalent to an ion plasma in the LPT. In the most typical LPT structure, nonlinear fields in the aperture originate largely from mechanical errors, which means that their strengths are not artificially controllable. To overcome this limitation, we developed a new type of LPT that has four extra electrodes inserted in-between the regular quadrupole rods. Those extra electrodes enable us to control not only the strengths but also the time structures of the sextupole and octupole fields independently of the linear focusing field, making it possible to explore nonlinear effects from correction magnets and low-order imperfections in real machines. We carried out a performance test of the new LPT and confirmed that it can confine as large a number of ions as the ordinary four-rod structure. It is also experimentally verified that the octupole field can be produced by applying proper time-dependent voltages to the extra electrodes.

## 1. 序論

近年のハドロン加速器ではビームの大強度化に伴って、クーロン相互作用に起因する集団現象の理解がより重要となっている。一般に空間電荷効果と呼ばれるこの複雑な非線形現象は、ビームの安定性に極めて重要な役割を持つため、大強度ハドロン加速器ではその適切な運転条件に十分配慮する必要がある[1,2]。しかしながら、空間電荷効果に由来するビーム不安定性の系統的な実験研究は多くの技術的困難のため、実際に実行することが非常に難しい。例えば、一度構築された加速器のラティス構造はパラメータの可変域が限定的であり、観測される不安定性とラティス構造の関係性は数値シミュレーションに頼るほかない。

空間電荷効果を含む高精度な数値シミュレーションは、現代の計算機ですら莫大な計算時間を要する。さらに、計算時間の短縮などを目的とした近似は、多用する程に実際の物理現象に対する差異が生じ、計算結果の信頼性が低下する。こうしたことから、数値シミュレーションでは実験的検証の代わりが務まらないことは明らかだ。そこで、広島大学では“S-POD”と呼ばれる小型の卓上実験システムを独自に開発してきた[3]。S-PODとは、Simulator of Particle Orbit Dynamicsの略であり、様々なビームダイナミクスの実験研究を加速器いらずの手法で実現する。

S-PODは多量のイオンを閉じ込めることができる小型線形ポールトラップがベースになっている。トラップ中に蓄積されたイオンプラズマは、四極電磁石から成る輸送チャンネルを伝搬する荷電粒子ビームと物理的にはほぼ等価であることが分かっている[3]。ポールトラップでは、

横方向の閉じ込めに高周波四極場を形成するため、中心軸周りへ対称的に配置された四極電極ロッドから成る。閉じ込められたイオンの運動は Eq. (1)のハミルトニアンに従う。

$$H = \frac{p_x^2 + p_y^2}{2} + \frac{1}{2}K(\tau)(x^2 - y^2) + \delta V(x, y; \tau) + I_c \phi_{sc}(x, y; \tau) \quad (1)$$

ここで、独立変数は光速  $c$  を用いて時間  $t$  から  $\tau = ct$  にスケールされ、 $I_c$  はイオン種に依存した定数、 $\phi_{sc}$  はイオンによるクーロン自己場のスカラーポテンシャル、 $K(\tau)$  は四極電極に印加した高周波電圧に比例する関数を表す。また、 $\delta V$  は構造上の誤差場による非線形摂動ポテンシャルとして導入した。このような非線形ポテンシャルは、常に有限の技術的欠陥を有する粒子加速器や軌道補正用の多極電磁石にも存在する。トラップにおける  $\delta V$  の原因は、電極ロッドの据え付け誤差とロッド表面の非双極面的な造りによっている。これは、収束場と非線形な誤差場を独立に制御することが不可能であることを示している。しかし、一般的なトラップではその影響が弱く、無視できるものである。一方、加速器では  $\delta V$  が補正用電磁石に由来する場合、時間構造、強度ともに収束項の  $K(\tau)$  とは相互関係を持たない。

このように、従来の S-POD は周期的な線形収束をよく再現する一方で、非線形効果に関わるポテンシャルを制御できなかった。この点を克服し、より広範なビームダイナミクス研究を可能にすることを目的に開発された新型トラップが“多極イオントラップ”である[4,5]。この新型トラップは、従来の四極電極ロッドへ板状の補助電極を4枚挿入した八極構造を持つ。第2章では、その構造について簡単に説明する。第3章では理論的に考えられる共鳴条件について、続く第4章で非線形共鳴の励起実験について記し、第5章で総括を述べる。

<sup>#</sup> m181314@hiroshima-u.ac.jp

## 2. 多極イオントラップ

多極イオントラップは全く新しい構造体というわけではなく、標準的なポールトラップの改良型であり、基本構造は同じである。改良の詳細設計における最適化検討などは文献[4]に従うものとして、ここでの解説は割愛する。

S-POD に使用するトラップは5つのセクションで構成される。イオンプラズマを生成する IS (Ion Source) 領域、各種実験を実行する ER (Experiment Region) 領域、その2つの領域をつなぐ Gate、そしてトラップ両端で軸方向の閉じ込めを担う End-IS および End-ER から成る。各セクションは直径  $\rho = 5.75$  mm の円柱電極ロッドが中心軸から内接円半径  $R_0 = 5.0$  mm の位置に設置され四極電極をなしている。ただし、ロッド長は各々の長さで設計されている。また、多極イオントラップでは ER のみが補助電極を挿入された八極構造をとる。Figure 1 は実際の ER 領域断面を写したものであり、円柱四極電極の間に薄い板状の補助電極が設置されている。補助電極は先端の厚さが  $h = 1.0$  mm、中心軸から  $R_1 = 8.5$  mm の位置に設計されているが、これは補助電極の存在が円柱四極電極の作り出す収束場を乱さぬよう、電場シミュレーションによって最適化されている[4]。

本研究における収束ポテンシャルは、円柱電極へ高周波電圧を印加して生成する。Equation (1)の  $K(\tau)$  は四極電極に印加された電圧のポテンシャルなので、ラティス依存の研究においては、電源から供給される高周波波形を操作するだけでよい。ここでは収束系に単一の FODO ラティスを仮定し、相当する正弦波収束モデルを採用した。高周波電圧は周波数 1.0 MHz の正弦波であっても、その結果が FODO ラティスと本質的に相違ないことは過去の実験から明らかになっている[6,7]。

S-POD で閉じ込めるイオン種は  $^{40}\text{Ar}^+$ を採用している。トラップの設置された真空チェンバー内に中性の Ar ガスを導入し、電子銃からの低エネルギー電子ビームを用いた電子衝突法によってイオン化を行う。電子ビームは電極間の隙間から打ち込まれる。しかし、Fig. 1 からも見取れるように、補助電極を挿入した八極構造では電子ビームを打ち込む十分な隙間が存在しない。したがって、補助電極を駆使した実験を行う場合、IS 領域で生成し、Gate を通じて ER へ移送・蓄積する工程が必須となる。各セクションにおける収束電場ポテンシャルは、不可避の電極設置誤差等によるエラー場に加え、補助電極の



Figure 1: The cross sectional view of the ER (Experiment Region). In addition to the regular four cylindrical rods, four extra electrodes have been inserted for the excitation of nonlinear fields.

挿入により構造が複雑化しているが、閉じ込め特性への影響が十分無視できることは既に確認されている[5]。これより、多極イオントラップは従来機と同等の閉じ込め特性を有し、保持時間は 700 万 FODO セル相当の実験が可能であり、同サイズの従来機から rms チューンディプレッションが 0.85 相当のイオンを蓄積可能と推定される。

新たに挿入された補助電極を含む全 8 本の電極に適切な電圧を印加することで、従来の収束ポテンシャルに加え、六極および八極磁場に相当するポテンシャルを重量可能になった。収束系に関わる高周波電源とは別の供給源を使用することで、生成ポテンシャルの強度や時間構造を各自独立に操作できる。トラップ内に生成されるポテンシャルは  $\phi_{rf}(x, y; t) = F(x, y)T(t)$  の様に、横方向の座標に依存する部分と時間依存する部分に分けて記述することが出来る。本研究ではすべての高周波を正弦波として印加するため時間依存するパートは単に  $T(t) = \sin(2\pi f_{rf}t + \text{const.})$  となる。一方、 $F(x, y)$  は極座標  $(r, \theta)$  で一般解が与えられるラプラス方程式を満たし、以下の式で表される。

$$F(r, \theta) = \sum_{m=1}^{\infty} a_m \left(\frac{r}{R_0}\right)^m \cos(m\theta + \varphi_m) \quad (2)$$

ここで、 $a_m, \varphi_m$  は定数パラメータである。線形収束場である四極場は  $m=2$  の項に相当し、従来のトラップと同様に円柱電極のみで励起可能だ。そして、補助電極を駆使することで六極 ( $m=3$ ) と八極 ( $m=4$ ) の項の係数を制御する。

## 3. 共鳴条件

大強度ビームを構成する個々の荷電粒子は、互いのクーロンカップリングによって複雑な集団運動を見せる。そして、ビーム全体はまるで 1 つの剛体の様に振る舞う。この集団運動はビーム密度に依存した振動周波数を持つモードに分解される。集団モードの自己無撞着な解析的扱いは Sacherer によって初めて包括的議論がなされた[8]。そこでは、周期的外場駆動力によるフーリエ成分のチューンとあるモードのチューンが一致する際、ビームが不安定化すると結論付けられた。いま、ベータトロン共鳴は水平、もしくは鉛直方向でベアチューンが  $\nu_0$  の時、Eq. (3)によって記述される。

$$\Omega_m = m(\nu_0 - C_m \Delta\nu) \quad (3)$$

$\Omega_m$  は  $m$  次集団振動モードのチューンであり、 $C_m$  はモード次数  $m$  に依存した 1 以下の正の定数、 $\Delta\nu$  はクーロンポテンシャルによるチューンシフトを表している。モード次数  $m$  は横方向の駆動ポテンシャルの次数に一致しており、横方向座標の 2 乗に比例したポテンシャルは  $m=2$  の共鳴を駆動し、六極共鳴が  $m=3$ 、八極共鳴が  $m=4$  にそれぞれ対応している。

一方、 $N_{sp}$  回対称構造のリングでは、理想的な 1 周当たりの外場駆動力のフーリエ展開は  $N_{sp}$  ごとのフーリエハーモニクスしか持たないため、共鳴条件は Eq. (4)として表される。ただし、 $n$  は正の整数。

$$\Omega_m = N_{sp} \cdot n \quad (4)$$

厳密には、有限の機械的欠陥が存在する限り、すべてのハーモニクスが生じうるが、それらは本来の構造によるハーモニクスに比べて非常に弱い無視できるものと

する。もし  $\Delta v \approx 0$  となるような低密度ビームであれば、上式は  $v_0 \approx N_{sp} \cdot n/m$  として、単粒子共鳴条件でよく知られた式に変換される。

Sacherer の理論では、基本方程式を簡単化して解くためにスムーズ近似と適用している。しかし、のちにラティス構造を明確に組み込んだ完全解析的ブラソフ解析理論が構築された[9]。これによると、コヒーレント共鳴条件式は

$$\Omega_m = N_{sp} \cdot \frac{n}{2} \quad (5)$$

として与えられる。ただし、Eq. (5)の条件下では自己場駆動共鳴の成長率とストップバンド幅がビームパービアン스에比例するため、低密度ビームでは重要度が低下する。

以上の議論をまとめると、共鳴条件式は Eq. (6)が得られる。

$$v_0 - C_m \Delta v = \begin{cases} N_{sp} \cdot \frac{n}{2m} & \text{(self-field-driven)} \\ N_{sp} \cdot \frac{n}{m} & \text{(external-field-driven)} \end{cases} \quad (6)$$

したがって、低密度ビームであれば外場駆動のコヒーレント共鳴に注意するだけでよい。しかし、大強度リングでは自己場駆動の共鳴が効いてくるため、留意すべき共鳴ストップバンドが単純には 2 倍になることを意味している。S-POD を用いた過去の実験研究では、蓄積イオン数をコントロールすることで、低次共鳴において上記 2 種類のストップバンドが混在していることを既に確認している[6]。

## 4. 非線形場励起

多極イオントラップは、非線形場として六極場と八極場の制御が可能であるが、今回は電圧印加パターンの簡単なオクタポールモードで八極場励起を試みた。

### 4.1 励起条件

非線形場の励起は線形収束場に重畳するかたちで行う。したがって、4 本の円柱電極に収束用の高周波電圧を印加しつつ、Fig. 2 に示すような電圧を上乗せする。収束四極場励起に必要な印加電圧を  $V_Q$ 、八極場励起に必要な印加電圧を  $V_0$  とすると、ポテンシャルの励起強度は電圧の強度比で指定できる。本研究では、印加電圧比を  $V_0/V_Q = 0.0, 0.2, 0.5$  の 3 パターン測定している。なお、印加電圧比 0.0 とは無摂動状態で、線形収束四極場のみでの測定を表す。八極場の強度に換算すると、無摂動から収束場比約 1.5%までの実験に相当している。

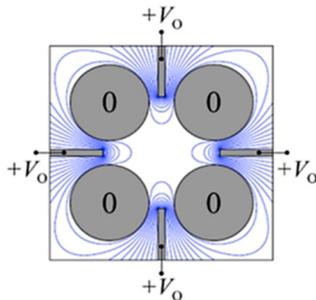


Figure 2: Electrodes' potential in the octupole control mode. Solid curves indicate the equipotential lines when the four extra electrodes have an identical voltage  $V_0$ .

本論文における八極場励起のための印加電圧は、収束場と同様の時間構造を持つ周波数 1.0 MHz とその半分の 0.5 MHz の正弦波によって行った。空間電荷効果を出来る限り排除するため、蓄積初期イオン数は約  $10^5$  に調整されている。イオンの生成・蓄積は共鳴損失の影響を避け、セル当たりのベアチューンを  $v_0 \approx 0.15$  で行う。その後、任意のチューンに掃引し、八極場を励起する。励起保持時間は  $10^4$ セル相当の 10 ms である。

### 4.2 1.0 MHz での八極場励起結果

八極場励起による残存イオン数の測定結果を Fig. 3 に示す。いま、 $N_{sp}$  は 1 かつ八極場のモード次数が  $m=4$  なので、前述した Eq. (6)より予想される共鳴位置は  $v_0 \approx 0.25$  となる。ここで、チューンシフトは非常に小さく無視できるものとして扱った。また、本実験では水平・鉛直方向のベアチューンは Eq. (6)の  $v_0$  と  $v_0 = v_{0x} = v_{0y}$  の関係にあり、非線形項一周期分を包括したラティスピリオド当たりのチューンを表記している。

無摂動状態でもイオン損失が生じているのは自己場駆動によるコヒーレント共鳴条件に従った 2 次の共鳴損失、および電極設置誤差等による外場のエラー成分に起因する 3 次の共鳴損失と言える。自己場駆動の場合、共鳴条件式の左辺に 1/2 の係数がかかるため、外場の 4 次、すなわち八極場の共鳴と同じベアチューンでイオン損失が確認される。

Figure 3 では八極場励起電圧の増大に伴い、ベアチューン 0.25 付近でイオン損失が増大していることがわかる。この結果と共鳴条件との比較より、八極場励起が想定通り実行できていることが確認できる。また、損失ピークが深くなる程、高チューン側に広がっている。この広がりには次数に依らず、これまでも確認されている[6,7]。

一方、ベアチューン 0.33 付近における 3 次の外場駆動によるイオン損失は減少し、電圧印加強度比が 0.5 の時には有意な損失が見られない。この結果は意図して得られたものではないが、非線形場の制御が可能という事は、エラー場としての非線形場を打ち消す事も理論的に可能であると考えられていた。今回の場合、収束場が持つ 3 次のエラー場を重畳した八極場の持つ 3 次のエラー場が相殺したものと考えられる。これについては、よ

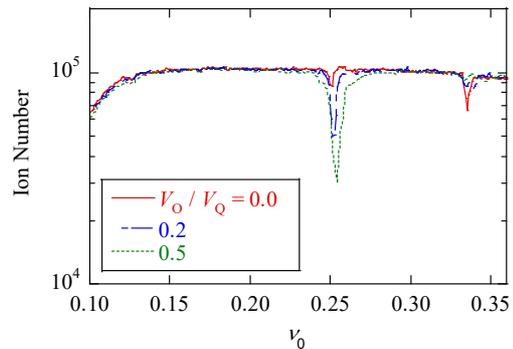


Figure 3: Measured ion number plotted as a function of the cell tune  $v_0$ . Ions are stored for 10 ms in the ER with the octupole field on. Two different excitation amplitudes of the octupole field have been taken into account. The octupole perturbation has the same frequency as the quadrupole focusing field.

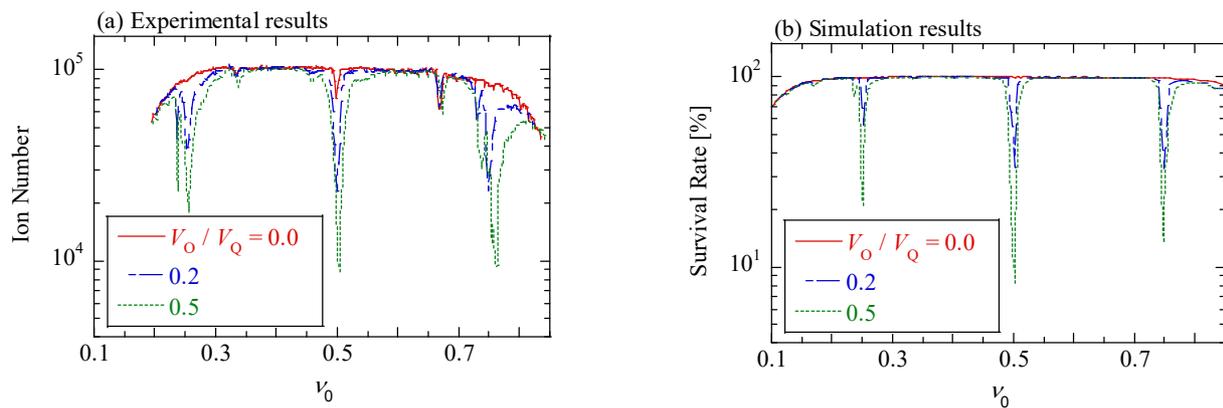


Figure 4: Number of remaining ion in the ER after 10 ms vs. the bare tune  $\nu_{x(y)}$ . The repetition frequency of the octupole field is set at 0.5 MHz, a half of the primary quadrupole focusing frequency (1 MHz). The abscissa thus corresponds to the tune over two FODO periods. (a) Measurement results. (b) Simulation results assuming an ideal LPT without mechanical errors. No space-charge potential has been considered here to save computing time.

り強い印加強度での実験や八極場励起電圧の位相を反転させるなどする事で検証する余地がある。

#### 4.3 0.5 MHz での八極場励起結果

次に、八極場励起電圧の周波数を 0.5 MHz で実験を行った。収束場に対して周期が 2 倍になるため、測定結果は 2 セル当たりのチューンに対するイオン損失として処理される。八極場励起により共鳴が予想されるチューンの位置は 1/4, 1/2, 3/4 である。結果を Fig. 4(a) に示す。

得られた結果では 5 つの損失ピークが確認できる。上述の 3 つに加え、チューンが 1/3, 2/3 付近の位置で確認できる。前者は八極場の励起電圧強度の増大に伴い損失が大きくなっている一方、後者は変化が見られない。これより、八極場と収束場が持つ 3 次のエラー成分による損失が各々出現しているとわかる。

さらに、チューン 1/4, 3/4 付近の損失に関して明らかなダブルピークが出現している。これについて、シミュレーションによる検証を行った。電極長や印加電圧は実験のパラメータと一致させ、簡単のために粒子間相互作用は無視した。初期イオン数を 1,000 として 10 ms に渡って追跡し、その残存率を Fig. 4(b) に示す。なお、損失判定についてはトラップ内半径 5.0 mm からの逸脱を基準とした。このシミュレーションでは電極の設置誤差等は無視できるため、3 次のエラー成分は存在せず、それに伴う損失も得られない。したがって、出現が予想される 4 次の損失ピークはチューンが 1/4, 1/2, 3/4 の 3 つである。

Figure 4(b) からわかる様に、空間電荷効果のない単粒子としての振舞いではダブルピークは現れない。本実験では、空間電荷効果を抑えるためにイオン数を 10<sup>5</sup> 個に抑えている事などを踏まえると、コヒーレントな現象による損失の可能性は考えられない。また、4.2 節ではこのような損失ピークは見られなかった。したがって、実験装置のメカニカルな原因が考えられ、オクタポールモードの重畳によって  $\nu_x = \nu_y$  の条件が維持できていないと予想される。そのため、スプリット部周辺のチューンダイアグラムを取得し、詳細な検証を要する。

また、シミュレーション結果は高チューン側ほど損失ピークが大きくなると示唆している。Figure 4(a) から同様の傾向がみられる。チューン 1/2 と 3/4 付近の損失が同

程度に観測されているのは、チューン 1/2 には無擾動状態の時点で自己場駆動の 2 次の共鳴によるイオン損失があるため、その損失分が加味されていると考えられる。

## 5. 総括

広島大学では加速器中の荷電粒子ビームが非線形場から受ける影響についての系統的实验研究を可能にするデバイスとして多極イオントラップを開発した。本研究では、その多極イオントラップを用いた非線形共鳴励起実験として八極場励起を試みた。得られた結果は理論的な共鳴条件に一致するチューンでの粒子損失が確認された。また、線形収束場の不完全性による有限の誤差場が引き起こす 3 次のイオン損失は、非線形場の重畳によって抑制される結果が得られた。今後は定量的な実験結果の解析や六極場励起が期待される。

## 謝辞

本研究の一部は JSPS 科研費 JP17K05120 と JP18H03472 の補助を受けたものです。

## 参考文献

- [1] A.W. Chao, M. Tigner (Eds.), handbook of Accelerator Physics and Engineering (World Scientific, Singapore, 1999) and references therein.
- [2] M. Reiser, Theory and Design of Charged Particle Beams (John Wiley & Sons, New York, 2008) and references therein.
- [3] H. Okamoto, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. **A485**, 224 (2002).
- [4] K. Fukushima and H. Okamoto, Plasma and Fusion Res. **10**, 1401081, (2015).
- [5] 青木将晃 他, “非線形ビームダイナミクス研究用多重極イオントラップの特性”, 日本物理学会第 73 回年次大会, 2018.
- [6] K. Moriya *et al.*, Phys. Rev. Accel. Beams **19**, 114201, (2016).
- [7] K. Ito *et al.*, Phys. Rev. Accel. Beams **20**, 064201, (2017).
- [8] F. Sacherer, Transverse Space-Charge Effects In Circular Accelerators, Ph.D. thesis, Lawrence Radiation Laboratory, Berkeley, California, 1968; Report No. UCRL-18454.
- [9] H. Okamoto and K. Yokoya, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. **A482**, 51 (2002).