

# シングルバンチ不安定性抑制 Head-Tail フィードバックのための bunch-by-bunch Head-Tail キッカー

## BUNCH-BY-BUNCH HEAD-TAIL KICKER FOR HEAD-TAIL FEEDBACK FOR SINGLE-BUNCH INSTABILITIES

中村 剛

Takeshi Nakamura

Japan Synchrotron Radiation Research Institute

### Abstract

Single-bunch transverse instabilities are the limitation factor of the bunch current in most storage rings. To suppress these instabilities, center-of-mass (CM) feedback systems are widely used. However, with single-bunch instabilities, the head and the tail of a bunch oscillate with different phases, therefore, there is also the oscillation of the relative position between the head and the tail; we call this head-tail motion. In previous report, we proposed a head-tail feedback: the head-tail motion is directly detected and the head and the tail are kicked with different strength with a rather high Q cavity kicker for isolate singlet bunches. In this report, we propose the two types head-tail kickers for bunch-by-bunch feedback: a series of fast stripline kickers driven by one single signal to enhance the kick strength, and a very short low Q kicker for multiple installation to limited space length.

### 1. はじめに

電子蓄積リングのバンチ電流は、多くの場合、横方向の、すなわちベータatron振動において生じるシングルバンチ不安定性により制限されている。この不安定性の発生メカニズムは以下と考えられている：バンチの前半部はウェーク場を発生し、このウェーク場はバンチの後半部をキックする。このウェーク場の強度およびキックの方向は、バンチの前半部の横方向位置に依存する。そのため、バンチの前半部が横方向振動すると、ウェーク場も振動する。そして、それによるバンチ後半部へのキックも振動し、バンチの後半部の振動を励起する。シンクロトロン振動は、バンチの前半部の電子と後半部の電子を入れ替えるため、振動している後半部の電子は、前半部に移動するが、それまでの振動を継続する。また、それまで前半部にいた電子は、後半部に移動するが、新しく前半部となった電子の振動によりキックを受ける。すなわち、前半部にいた電子が行っていた振動は、後半部にいた電子を介して自分自身をキックすることになる。これにより不安定性のためのループが閉じ、ある条件では、このループが不安定となり、振動が励起されていく。これがシングルバンチ不安定性である。

一方、このようなシングルバンチ不安定性を抑制する手法として、従来、ベータatron振動に対する横方向フィードバックが用いられてきた。このフィードバックは、ビーム位置モニタ(BPM)によりバンチの重心振動を検出し、それをもとに、その振動を抑制するためのキックを計算して、バンチ全体を一様にキックするキッカーを駆動し、重心振動を抑制していく(重心振動フィードバック)。一方、シングルバンチ不安定性では、バンチの前半部と後半部の振動に位相差が発生するため、バンチは重心

振動とともに、バンチの前半部と後半部で異なる位置関係をもつ振動(head-tail振動)を持ち、この振動自体も不安定性により成長していくが、この振動と重心振動の間にはエネルギーのやり取りがあるため、重心振動のフィードバックでも、ある程度の不安定性の抑制効果を持つことになる。しかしその効果は限定的であり、バンチ電流のさらなる増強には、より強い抑制効果が必要となる。

そのための方法として、我々は、head-tail振動を直接検出する手法[1]を提案し、バンチの前半部と後半部に別々のキックを与えるキッカー[2]を組み合わせたhead-tail振動自体を直接に抑制するフィードバックを提案した[1]。これまでの報告では、孤立したバンチに対するキッカーを提案していたが、この報告では、bunch-by-bunchベースで使用可能なキッカーおよびその効率的な駆動方法を提案するとともに、その後の進展について報告する。

### 2. Bunch-by-bunch Head-tail Kicker

以前の報告[2]では、比較的孤立しているバンチをキックするための共振キッカーを提案し、通常のストリップライン型キッカーの10倍程度のキック力の生成が可能であることを示した。しかし、キック力の増強を、孤立バンチ間の時間を用いて入力電磁場を蓄積することにより行っているため、bunch-by-bunchの処理に必要な高速のスイッチングが不可能であった。

ここでは、これに対して、bunch-by-bunchでの高速のキックの切り替えを可能とするためのキッカーとして、次の2つ提案する。

1) 通常のストリップラインキッカーを複数個用い、それをシリーズで連結して一つの信号でそれぞれのキッカーをバンチごとに駆動する方法を提案し、これによりキック効率を高める。

2) 低 Q 共振キッカーであるが、短いキッカーを提案する。高速のスイッチングのため Q 値は低く、キック力は、通常のストリップラインキッカーの 2 倍程度とはなるが、より全長が短く、長さあたりの個数を増やしてキック効率を強めることが可能。

### 3. Strip-line Kicker for Bunch-by-bunch Head-tail Feedback

ここでは、ストリップラインの長さの最適化を考える。Head-tail キックにおいて必要なパラメータは、キック電圧の時間勾配である。キッカー長、キック周波数、そしてキック電圧は、Transit time factor で関係付けられる。今、ストリップラインを  $-z$  方向に伝わるビーム軸上の横方向電場を

$$E(z, t) = E_0 e^{ik(z+ct)} \quad (1)$$

として表す。ここで、 $\omega$  を電場の角周波数として  $k = \omega/c$  である。ストリップラインは、TEM モードを用いているので、電磁場の進行方向とビームの進行方向は互いに逆であり、ビームは  $z$  方向に進むので、ビームの位置は、

$$ct_i(z) = z - c\tau_i \quad (2)$$

となる。ここで  $t_i(t)$  および  $\tau_i$  は、の  $i$  番目電子が、位置  $z$  を通過する際の時刻、および、そのときの、バンチ中心からのタイミングのズレであり、シンクロトロン振動の定義の通り、バンチの前方方向を正としている。

この電子が感じるキック電場は、キッカーの全長を  $L$  とすると、

$$V_i = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} E(z, t_i(z)) dz \quad (3)$$

である。ここで、

$$E(z_i, t(z_i)) = E_0 e^{ik(z_i+z_i-z_{i,0})} = E_0 e^{2ikz_i} e^{-ikz_{i,0}} \quad (4)$$

を用いると、

$$\begin{aligned} V(\tau_i) &= \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} E(z, t_i(z)) dz = E_0 e^{-ikc\tau_i} \int_{-L/2}^{L/2} e^{2ikz} dz \\ &= E_0 L e^{-ikc\tau_i} \frac{\sin kL}{kL} \end{aligned} \quad (5)$$

となる。TEM モードであるので、磁場も電場と同様のキックを与えることから、キック電圧は、この 2 倍となり、

$$V_K(\tau) = 2E_0 L e^{-ikc\tau} \frac{\sin kL}{kL} \quad (6)$$

となる。さて、Head-tail キッカーに必要なものは、この時間勾配：

$$\frac{dV_K(\tau)}{d\tau} = -2icE_0 e^{-ikc\tau} \sin kL \quad (7)$$

である。これが最大となる周波数とキッカー長さ  $L$  の関係は

$$kL = \frac{\pi}{2}, \quad (8)$$

あるいは、波長  $\lambda = \frac{2\pi}{k}$  を用いて、

$$L = \frac{\lambda}{4} \quad (9)$$

となり、このとき、

$$\left| \frac{dV_K(\tau)}{d\tau} \right| = 2cE_0 \quad (10)$$

となる。電場のピーク強度  $E_0$  は、TEM モードであるので、通常の 2 次元静電場計算から得られる。

### 4. Series Drive of multiple Strip-line Kickers by Single Signal

仮定したビームパイプ形状を Fig. 1 に示す PLS-II のものを仮定し、MAFIA による電磁場シミュレーションを Fig. 2 の形状のキッカーに対して行った。キッカーへの入力および出力波形の例を Fig. 3 に示す。パワーは、ビームの下流側ポートから入力され、上流側ポートから出力される。また、この入力によりキッカーが生成するキック波形を Fig. 4 に示す。

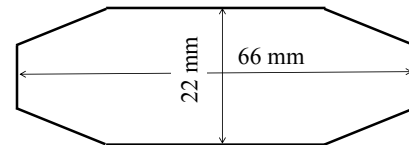


Figure 1: Beam pipe shape (PLS-II).

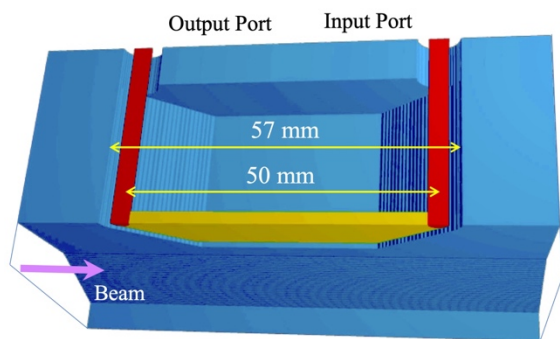


Figure 2: Stripline Kicker with 10 mm long tapers at both sides of electrodes.

このストリップライン電極の両端は 10mm 長のテーパーを介して入出力ポートに接続されキッカーの出力波形の変形を抑制している。このテーパーが無いキッカーでは、反射により出力波形が歪み、10%程度の電圧の減少が見られた。

同様の形状で、長さおよび周波数を変えた際のキック電圧勾配の変化を Fig. 5 に示す。そのピーク位置と周波数は、ほぼ、Eq. (10) と合致している。

ビームパイプの垂直方向電場を持つモードのカットオフ周波数は 2.55 GHz であるので、キッカーの駆動周波数成分は、これを超えないことが必要である。ここではストリップラインの駆動周波数を 1.5 GHz としておく。

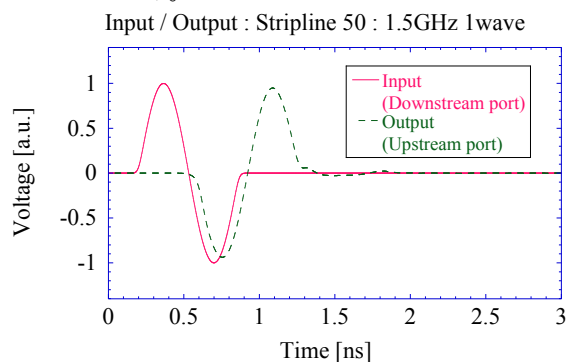


Figure 3: Input signal to upstream port and output signal from downstream port of kicker.

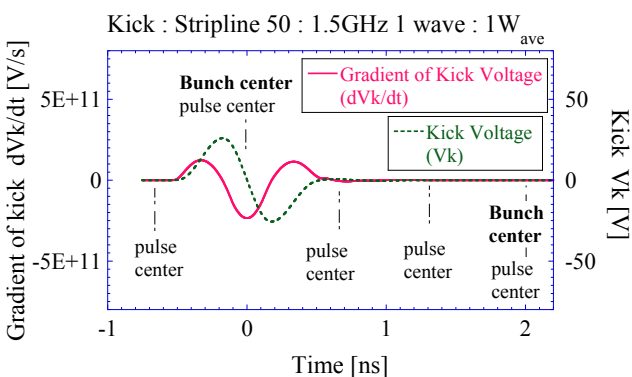


Figure 4: Kick voltage (dashed line) and its time gradient.

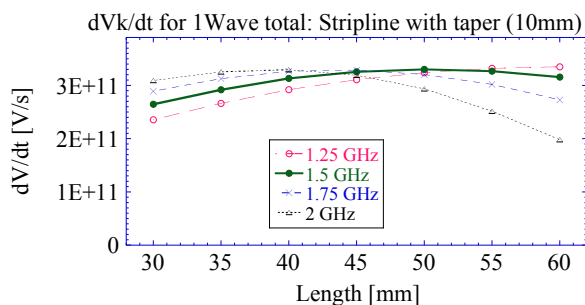


Figure 5: Dependence of time gradient of kick voltage on kicker length and drive frequency.

ストリップライン 3 台がシリーズ接続されているとき、その 3 台に対して、Fig. 6 に示すような信号を用いれば、一本の信号で、3 台のキッカーを駆動し、それぞれのキッカーで、バンチをキックすることができる。さらに、この信号を Fig. 7 に示すように設定することにより、bunch-by-bunch でのキックが可能となる。この駆動方法により、3 台のキッカーを個別に駆動する場合に比べて、全パワーが 3 倍となっているので  $\sqrt{3}$  倍のキックが得られる。

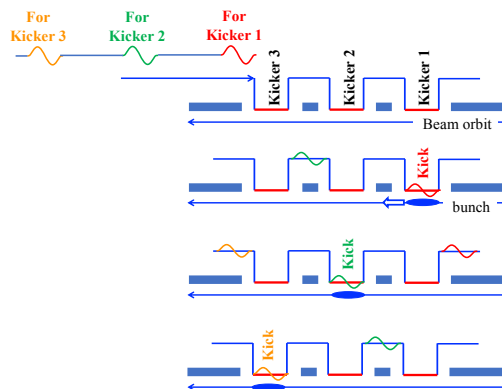


Figure 6: Three pulse single signal drive of three stripline kickers.

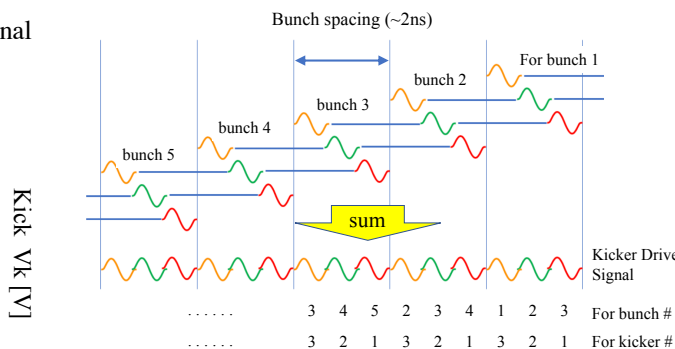


Figure 7: Kick signal for each bunch (upper lines), and single drive signal for three kickers (downmost line).

ここでは、バンチの繰り返しを 500 MHz として、1 台のキッカーは、駆動周波数を 1.5 GHz の 1 サイ

クルで駆動されとする。Figure 7 のキッカーの駆動信号は、隣接する 1 サイクルの駆動信号が、それぞれ別のバンチのためのキックとなるため、それぞれ個別の振幅、極性を持つことになり、その振幅変調の最大の周波数は 1.5 GHz の半分となるので、キッカーを駆動している信号の周波数成分は、1.5 GHz  $\times$  1.5 = 2.25 GHz まで伸びていることになる。これは、ビームパイプのカットオフ周波数より低く漏れ出すことはない。逆に、もし、2 GHz を駆動周波数とした場合、同様の方法で、4 台のキッカーまで駆動可能となるが、その周波数成分は 3 GHz = 2 GHz  $\times$  1.5 まで伸びてしまうことになり、カットオフ周波数を超えてしまい、パワーがビームパイプを伝って漏れ出てしまい、パワーの損失だけでなく、BPM などの機器に悪影響を及ぼす恐れがある。

ストリップキッカーの上下に対向する電極は、反対極性の電圧、電流で駆動される。設定した周波数 1.5 GHz に対し最適なキッカー長は Eq. (9) から  $L = 50$  mm となる。また、ストリップラインのインピーダンスは  $Z_0 = 50\Omega$  としている。ストリップライン上のピーク電圧とパワーの関係は

$$V_{peak} = \sqrt{2Z_0P}, \quad (11)$$

であり、キックパワーを、上下の入力ポートそれぞれに平均パワー 0.5W、全パワーで平均 1W が印加された場合、 $V_{peak} = 7.1V$  となる。このとき、ビーム軸上の電場は、平行平板の静電場から、

$$E_0 = \frac{V_{peak}}{b} = \frac{7.1V}{11\text{ mm}} = 645 \frac{V}{m} \quad (12)$$

となる。ここで、 $b=11\text{mm}$  は、ビームパイプのアパチャの半分である。これから、式の得られるキック電圧勾配は、

$$\left| \frac{dV_k(\tau)}{d\tau} \right| = 2cE_0 = 3.89 \times 10^{11} [V/s] \quad (13)$$

となり、Fig. 5 に示されたシミュレーション結果とほぼ一致している。

## 5. Ultra-Low Q Resonant Strip-line Kicker for Head-tail Feedback

次に、高速応答を得るために低い Q 値とした、共鳴ストリップラインキッカーを提案する。条件として、

- 1) 全長が短く、長さあたりの設置台数を多くできる
- 2) 高いキック電圧が得られる
- 3) 駆動信号の周波数帯域が、カットオフ周波数を超えない。

を置く。

### 5.1 キッカー形状とキック

提案するキッカー形状を Fig. 8 に示す。空洞部の長さは、30mm 程度であり、パワーは、1 ポートから入出力され、別途に HOM ダンパーを持つ。共振周波数は、バンチの繰り返し周波数 500MHz を避けて 1.75 GHz としている。この空洞を駆動する信号は、Fig. 9 にしめすような、1.75GHz の 3 連パルスであり、これにより生成するキック電圧およびその時間勾配は Fig. 10 となる。

このキッカーの Q 値は 3 程度となっており、前節で示した通常のストリップラインキッカーにくらべて、電磁場のビルドアップ、および高周波化により、1 台当たりで、2 倍程度のキック電圧勾配が得られている。また、このキッカーは 30 mm 程度とストリップラインに比べて半分程度の長さであり、また、キッカー当たりの垂直ポートが一つであるので、通常のストリップラインより単位長さあたりの台数を大きく増やすことが可能となる。また、駆動方法も、単にパワーを分割してそれぞれのキッカーを駆動することになり、セットアップや、調整等が容易と考えられる。

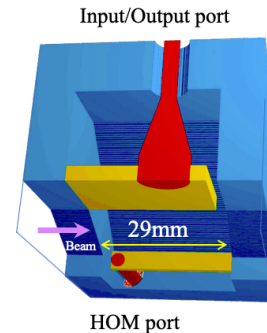


Figure 8: Low Q kicker.

キッカーを駆動する信号は、バンチ毎に、その極性、強さを変える必要があるので、1.75GHz の信号に対する振幅変調の周波数は、250 MHz となる。これから、キック信号のもつ周波数帯域は、2 GHz まで伸びるが、カットオフ周波数 2.5 GHz よりは十分に低い帯域となる。駆動周波数を 2 GHz 以上とした場合には 4 パルスの蓄積が可能となり、かつ、より短いキッカーが可能となることが予想されるが、このとき、バンチの繰り返し周波数 500 MHz の整数倍を避けることにより、2.25 GHz などの周波数を取ることになるが、この場合、帯域がカットオフ周波数とほぼ同程度となってしまう検討が必要となる。



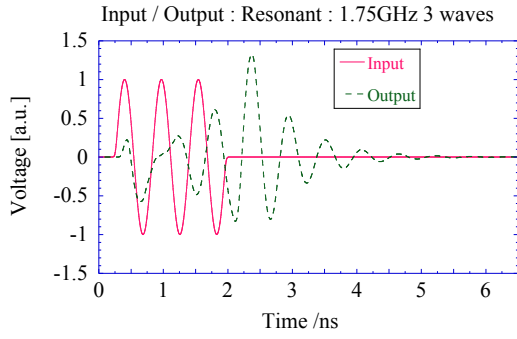


Figure 9: Input and output to/from low Q kicker.

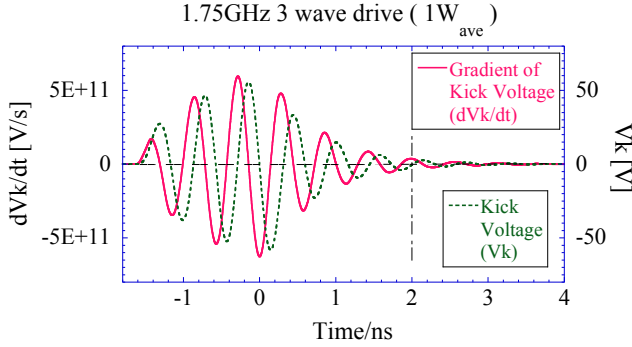


Figure 10: Kick by low Q kicker. Kick voltage and time gradient of kick voltage.

## 5.2 後続のバンチへの影響

後続のバンチは、2ns 遅れており、そのタイミングは、Fig. 10 に記されている。重心振動と、head-tail 振動の振幅が同程度： $\sigma_\tau$ をバンチ長として、

$$\langle x \rangle \sim \theta \sigma_\tau \quad (14)$$

と仮定する。ここで、 $\langle x \rangle$ および $\theta$ は、バンチの重心振動の振幅および head-tail 振動の角度である。これが発生する重心振動フィードバックおよび head-tail フィードバックのキックの強さは、それぞれ、

$$\theta_{K,CC} = G_{CC} \langle x \rangle \quad (15)$$

$$\frac{d\theta_{K,AA}}{dt} = G_{AA} \theta \quad (16)$$

と表しておく。ここで、 $G_{CC}$ および $G_{AA}$ は、それぞれのフィードバックのゲインである。Head-tail キックにより、 $\tau = \sigma_\tau$ での位置が受けるキックは、

$$\theta_{K,AA}(\tau = \sigma_\tau) = \frac{d\theta_{K,AA}}{dt} \sigma_\tau = G_{AA} \theta \sigma_\tau \sim G_{AA} \langle x \rangle \quad (17)$$

となる。ゲインが同程度： $G_{AA} \sim G_{CC}$ とした場合には、

$$\theta_{K,AA}(\tau = \sigma_\tau) \sim \theta_{K,CC} \quad (18)$$

となる。ここで $\sigma_\tau \sim 10ps$ とし、Head-tail キックが

1.75GHz の sin 波で駆動されているとした場合、

$$\omega \sigma_\tau = 2\pi \times 1.75 \text{ GHz} \times 10ps = 0.11 \sim 0.1 \quad (19)$$

となるので、

$$\theta_{K,AA}(\tau = \sigma_\tau) = \hat{\theta}_{K,AA} \sin \omega \sigma_\tau \sim 0.1 \hat{\theta}_{K,AA} \quad (20)$$

あるいは、

$$\hat{\theta}_{K,AA} = 10 \theta_{K,AA}(\tau = \sigma_\tau) \sim 10 \theta_{K,CC} \quad (21)$$

となる。すなわち、head-tail キックのための sin 波の振幅 $\hat{\theta}_{K,AA}$ は、重心振動のキックの 10 倍程度が必要となっている。そのため、後続のバンチに head-tail キックがもたらす重心振動へのキック量を、CM フィードバックによるキックの 1/10 とするためには、残留キック量を 1/100 程度とする必要がある。そこで、low Q 空洞として、振幅自体を 1/10 程度に減衰させ、さらに、後続バンチの位置で、ちょうど、キックが極性が入れ替わるためにゼロを横切るタイミングとすることで、1/100 の低減を達成している。

## 6. PIC Simulation Study

Head-tail フィードバックの効果を探るために、次の 3 つの場合について、SISR [3] による Particle-In-Cell(PIC)シミュレーションを行った。このとき、重心振動のフィードバック(CC-FB)に加えて、ビームの head-tail 運動(傾き)を測定し、それに重心のフィードバックと同様の-90度の位相差を与える FIR フィルタを適用して head-tail キックを生成する head-tail フィードバック(AA-FB)、および、重心振動に -180度の位相差を与える FIR フィルタを適用して head-tail キックを生成するフィードバック(CA-FB)の効果を検討した。

- 1) 計算により求めた SPring-8 のビームパイプのコンポーネントのウェーク
- 2) ステップ関数のウェーク場 ( $\theta(z)$ )
- 3) 縦方向のウェークの有無。無しとした場合は、Potential-well distortion によるバンチ長の増大や、microwave 不安定性が無視される

1) の場合、CC-FB と AA-FB を組み合わせた場合のバンチ電流は、CC-FB のみと比べて 1.5 倍程度となった。また、CC-FB と CA-FB の組み合わせでは、クロマティシティ 0 では 1.5 倍程度の増大が見られたが、2 や 4 では、増大は見られなかった。

一方、2), 3) の場合には、CC-FB に AA-FB や CA-FB を加えた場合には、どちらの場合も 2 倍から 3 倍程度のバンチ電流の増大がみられた。すなわちウェークの特性により head-tail フィードバックの効果が大きく異なることがわかった。なお、これらでビームが不安定となった場合には、高次の振動が不安定性

となっており、バンチが重心振動や head-tail 振動とは異なり、バンチが波打つ運動が成長するなど、重心振動フィードバックや、head-tail フィードバックでは抑制困難なモードの不安定性が成長している。

## 参考文献

- [1] T. Nakamura, “Head-tail フィードバックによるモード結合不安定性抑制の検討”, Proc. of PASJ18, THP089.
- [2] T. Nakamura, “Head-tail 不安定性フィードバックを目指した head-tail キッカーの提案”, Meeting Abstracts of the Physical Society of Japan 70.1(0), 547, 2015.
- [3] T. Nakamura, “SPring-8 でのビーム不安定性シミュレーション”, Workshop SAD2006, KEK (2006);  
<http://acc-physics.kek.jp/sad/SAD2006/Doc/Slide/Nakamura.pdf>