

# NOISE GENERATION MECHANISM: COUPLING OF NORMAL AND COMMON MODES IN 3 CONDUCTOR TRANSMISSION LINE THEORY

Kenji Sato<sup>1,A)</sup>, Hiroshi Toki<sup>B)</sup>

A) Association for Nuclear Technology in Medicine, 1-8-16 Toranomon, Minato-ku, Tokyo, 105-0001

B) Research Center for Nuclear Physics, Osaka University, 10-1Mihogaoka, Ibaraki-shi, Osaka, 567-0047

## Abstract

Common mode current of power supply, originating from commutation of switching rotation, flows through the earth, which is equivalent to the difference between 2 output currents. We point out that there is another source of electric noise, which causes strong induced electromotive forces on the earth. In order to understand the source of electric noise, we develop 3 conductor transmission line theory, based on a natural extension of principles of both electric and magnetic superposition. We obtain a new expression for coefficient of potential, which plays a vital role in construction of the 3 conductor transmission line theory. We point out that there appears a coupling of wave equations of normal and common modes in general geometrical configuration of 3 conductor lines.

## ノイズの発生機構： 3 導体伝送線路理論でのノーマルモードとコモンモードの結合

### 1. はじめに

交直変換器である電源を従来の設計手法で製作すると、直流出力側でも交流系統でもコモンモードノイズが発生する。例えば、直流出力側では、2本の出力線を流れる電流の差はノンゼロで、地面にはその差の電流がコモンモード電流として流れる。この論文では、こうした現象が発生する原因には2つあることを論じるが、1番目の最大にして既知の原因は、時間と共にスイッチングされる素子が次々と場所を変え、その素子の2本の出力線及び地面に対する電気回路的配置が変化して異なっていくため、2本の出力線に異なる電流が流れることに求められる。

こうした現象を抑制するためには、スイッチング素子のバンクを2段設け、その中点に直接中線（コモン線とも呼ぶ）を繋ぎ込み、その中線の周りに負荷及び配線の全ての電気回路を対称に配置し、ノーマルモードフィルターに加えてコモンモードフィルターを設ければ良い。放医研重粒子線がん治療装置 HIMAC のシンクロトロン の電磁石電源の直流出力側では、静的フィルターのみでも電流ノイズは数ppmであり、動的フィルターを併用するとサブppmと低雑音で高性能である<sup>[1]</sup>。交流系統については、昨年、KEK筑波のPF-ARのIGBT電源の測定データを解析して、コモンモードノイズが存在することを突き止め、それを低減し抑制するため、直流出力側に倣った、図2に示す、新方式のフィルターを交流系統に対して提案した<sup>[2,3]</sup>。

こうしたコモンモードフィルターの有効性を論じるため、直流出力側に対する集中定数等価回路を提案し、それを解析して来たが<sup>[1,4]</sup>、その解析の決定版<sup>[5]</sup>では回路の配置の対称性が重要であること

を示した。しかし、コモンモードノイズそのものは、上に述べた、スイッチングに付随する1番目の原因による受動的な現象で、静的な現象とした。

これに対して、最近我々は、2番目の原因として、地面に流れるコモンモード電流と2本の出力線を流れる電流との間の「誘導起電力は大きい」ため無視出来ないことに気付き、この能動的な起電力こそコモンモード電圧であり、動的な現象であることを指摘した<sup>[6]</sup>。ところで、2本の出力線と地面とは磁氣的に結合して誘導起電力を発生させるだけでなく、静電氣的にも結合するので、2本の出力線を1番目と2番目の導体とし、地面を1つの導体と見做して3番目の導体とすれば、図1に示す、3つの導体が電磁氣的に結合する伝送線路と考えることが出来る。この論文では、ノーマルモードとコモンモードとを合理的に定義出来る3導体伝送線路理論を、電気に関する重ね合わせの原理を電位係数で表わし、磁気に関する重ね合わせの原理を誘導係数で表わすことにより構築する。さらに、電位係数に関してこれまで知られていなかった物理として、それが誘導係数に比例することを明らかにし、「誘導起電力は大きい」ことを示す。さらに、3導体の幾何学的な配置の対称性が崩れている場合には、ノーマルモードとコモンモードが結合する連成波動方程式が成立し、複雑な現象が発生することを明らかにする。

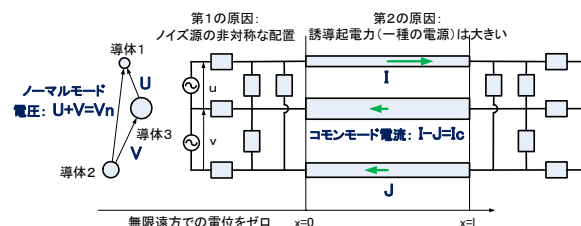


図1 3導体伝送線路

<sup>1</sup> E-mail: sato@rcnp.osaka-u.ac.jp

## 2. 3 導体伝送線路理論の構築

長さが全て同じ  $l$  で、一般的には太さが異なる、図 1 に示すような、平行な 3 本の円柱導体の伝送線路の回路理論を構築する手順を示す。

### 2.1 3 導体系の重ね合わせの原理の一般論

$i(i=1,2,3)$  番目の導体の電位を  $V_i$ 、電荷を  $q_i$ 、磁束を  $\phi_i$ 、電流を  $I_i$  とすると、電気と磁気に関する重ね合わせの原理は

$$V_i = \sum_{j=1}^3 p_{ji} q_j, \quad \phi_i = \sum_{j=1}^3 l_{ji} I_j \quad (1)$$

と書ける。ただし、導体の電位  $V_i$  は、導体に垂直な平面において無限遠方の電位をゼロとしたとき、無限遠方からの電圧として定義する。また、 $p_{ji}$  は電位係数、 $l_{ji}$  は誘導係数であり、相反定理  $p_{ji} = p_{ij}$  及び  $l_{ji} = l_{ij}$  が成立する。

なお、電気に関する重ね合わせの原理を、静電容量係数と静電誘導係数を用いて、

$$q_i = \sum_{j=1}^3 c_{ji} V_j$$

と書くことも出来る。しかし、後ほど示されるように、電位係数を用いて得られる式と誘導係数を用いた磁気に関する式との対称性の高さからして、静電容量係数と静電誘導係数を採用しない方が良い。

### 2.2 単位長さ当たりの電荷と磁束、及び、規格化された電位係数と誘導係数

$i$  番目の導体の単位長さ当たりの電荷と磁束のそれぞれを  $Q_i = q_i/l$ 、 $\Phi_i = \phi_i/l$  とし、電位係数及び誘導係数を長さで規格化して、それぞれを  $P_{ji} = lp_{ji}$ 、 $L_{ji} = ll_{ji}$  とすると、重ね合わせの原理は

$$V_i = \sum_{j=1}^3 P_{ji} Q_j, \quad \Phi_i = \sum_{j=1}^3 L_{ji} I_j \quad (2)$$

と書ける。

### 2.3 伝送線路、即、分布定数回路への拡張

伝送線路、即、分布定数回路に対しては、単位長さ当たりの電荷と磁束が、線路に沿っての位置  $x$  と時間  $t$  の関数であるとして、(2) を拡張し、

$$V_i(x,t) = \sum_{j=1}^3 P_{ji} Q_j(x,t), \quad \Phi_i(x,t) = \sum_{j=1}^3 L_{ji} I_j(x,t) \quad (3)$$

が成立するとする。

なお、**本節以降の章節では、簡単さと省スペースのため、独立変数である位置と時間  $(x,t)$  を省略して、式を表わすことにする。**

### 2.4 キルヒホッフの法則の適用

$i$  番目の導体の線路に沿っての位置  $x+\Delta x$  と  $x$  で

の電流の差は  $\Delta x \frac{\partial Q_i}{\partial t}$ 、電位の差は  $\Delta x \frac{\partial \Phi_i}{\partial t}$  (誘導起電力) として、キルヒホッフの法則を適用すると、

$$\frac{\partial I_i}{\partial x} = -\frac{\partial Q_i}{\partial t}, \quad \frac{\partial V_i}{\partial x} = -\frac{\partial \Phi_i}{\partial t} \quad (4)$$

を得る。これらの式に (3) を代入して、一連の偏微分方程式を得る。

$$-\frac{\partial V_i}{\partial t} = \sum_{j=1}^3 P_{ji} \frac{\partial I_j}{\partial x}, \quad -\frac{\partial V_i}{\partial x} = \sum_{j=1}^3 L_{ji} \frac{\partial I_j}{\partial t} \quad (5)$$

### 2.5 ノーマルモードとコモンモードの定義

図 1 に示すように、電圧と電流を

$$U = V_1 - V_3, \quad V = V_3 - V_2, \quad U + V = V_1 - V_2 \quad (6.1)$$

$$I = I_1, \quad J = -I_2, \quad I - J = -I_3$$

(6.2)

と定義する。さらに、電圧と電流のノーマルモードとコモンモードを

$$V_n = U + V, \quad V_c = U - V, \quad I_n = I + J, \quad I_c = I - J \quad (7)$$

と定義する。ノーマルモードとコモンモードの電圧と電流を (5) の一連の偏微分方程式に代入して整理した後、3 番目の導体の電位  $V_3$  を消去する。

その結果、電圧のノーマルモードに対しては、

$$-2 \frac{\partial V_n}{\partial t} = (P_{11} + P_{22} - 2P_{21}) \frac{\partial I_n}{\partial x} + \{(P_{11} - P_{22}) - 2(P_{31} - P_{32})\} \frac{\partial I_c}{\partial x} \quad (8.1)$$

$$-2 \frac{\partial V_c}{\partial x} = (L_{11} + L_{22} - 2L_{21}) \frac{\partial I_n}{\partial t} + \{(L_{11} - L_{22}) - 2(L_{31} - L_{32})\} \frac{\partial I_c}{\partial t} \quad (8.2)$$

を得る。電圧のコモンモードに対しては

$$-2 \frac{\partial V_c}{\partial t} = \{(P_{11} - P_{22}) - 4(P_{31} - P_{32})\} \frac{\partial I_n}{\partial x} \quad (9.1)$$

$$+ \{(P_{11} + P_{22} + 2P_{31}) - 6(P_{31} + P_{32}) + 8P_{33}\} \frac{\partial I_c}{\partial x}$$

$$-2 \frac{\partial V_c}{\partial x} = \{(L_{11} - L_{22}) - 4(L_{31} - L_{32})\} \frac{\partial I_n}{\partial t} \quad (9.2)$$

$$+ \{(L_{11} + L_{22} + 2L_{31}) - 6(L_{31} + L_{32}) + 8L_{33}\} \frac{\partial I_c}{\partial t}$$

を得る。

いずれのモードの電圧に対しても、これらの式の右辺には、電流のノーマルモードとコモンモードが含まれており、ノーマルモードとコモンモードが結合することが分かる。

### 2.6 ノーマルモードとコモンモードの連成波動方程式

(8.1) を  $x$  で偏微分し (8.2) を  $t$  で偏微分して  $V_n$  を消去すると、電流のノーマルモードとコモンモードとが結合した連成波動方程式が 1 つ得られ、(9.1) を  $x$  で偏微分し (9.2) を  $t$  で偏微分して  $V_c$  を消去すると、電流の連成波動方程式がもう 1 つ得られる。同様に、電圧に対する連成波動方程式も 2 つ得られる。

電流に対する連成波動方程式は

$$(P_{11} + P_{22} - 2P_{21}) \frac{\partial^2 I_n}{\partial x^2} + \{(P_{11} - P_{22}) - 2(P_{31} - P_{32})\} \frac{\partial^2 I_c}{\partial x^2} \quad (10.1)$$

$$= (L_{11} + L_{22} - 2L_{21}) \frac{\partial^2 I_n}{\partial t^2} + \{(L_{11} - L_{22}) - 2(L_{31} - L_{32})\} \frac{\partial^2 I_c}{\partial t^2} \\ + \{(P_{11} - P_{22}) - 4(P_{31} - P_{32})\} \frac{\partial^2 I_n}{\partial x^2} \\ + \{P_{11} + P_{22} + 2P_{21} - 6(P_{31} + P_{32}) + 8P_{33}\} \frac{\partial^2 I_c}{\partial x^2} \quad (10.2)$$

$$= \{(L_{11} - L_{22}) - 4(L_{31} - L_{32})\} \frac{\partial^2 I_n}{\partial t^2}$$

$$+ \{L_{11} + L_{22} + 2L_{21} - 6(L_{31} + L_{32}) + 8L_{33}\} \frac{\partial^2 I_c}{\partial t^2}$$

となる。電圧に対する連成波動方程式を表わすためには、2つの行列式

$$D_P = \begin{vmatrix} (P_{11} - P_{21}) - 2(P_{31} - P_{32}) & (P_{11} + P_{22} - 2P_{31}) - 2(P_{31} + P_{32} - 2P_{33}) \\ (P_{21} - P_{22}) - 2(P_{31} - P_{32}) & (P_{21} + P_{22} - 2P_{32}) - 2(P_{31} + P_{32} - 2P_{33}) \end{vmatrix} \quad (11.1)$$

$$D_L = \begin{vmatrix} (L_{11} - L_{21}) - 2(L_{31} - L_{32}) & (L_{11} + L_{22} - 2L_{31}) - 2(L_{31} + L_{32} - 2L_{33}) \\ (L_{21} - L_{22}) - 2(L_{31} - L_{32}) & (L_{21} + L_{22} - 2L_{32}) - 2(L_{31} + L_{32} - 2L_{33}) \end{vmatrix} \quad (11.2)$$

を定義しておく。これを用いて

$$D_L \left[ \begin{array}{l} -\{(P_{11} + P_{22} + 2P_{21}) - 6(P_{31} + P_{32}) + 8P_{33}\} \frac{\partial^2 V_n}{\partial t^2} \\ + \{(P_{11} - P_{22}) - 2(P_{31} - P_{32})\} \frac{\partial^2 V_c}{\partial t^2} \end{array} \right] \quad (12.1)$$

$$= D_P \left[ \begin{array}{l} -\{(L_{11} + L_{22} + 2L_{21}) - 6(L_{31} + L_{32}) + 8L_{33}\} \frac{\partial^2 V_n}{\partial x^2} \\ + \{(L_{11} - L_{22}) - 2(L_{31} - L_{32})\} \frac{\partial^2 V_c}{\partial x^2} \end{array} \right]$$

$$D_L \left[ \begin{array}{l} \{(P_{11} - P_{22}) - 4(P_{31} - P_{32})\} \frac{\partial^2 V_n}{\partial t^2} - (P_{11} + P_{22} - 2P_{21}) \frac{\partial^2 V_c}{\partial t^2} \\ \{(L_{11} - L_{22}) - 4(L_{31} - L_{32})\} \frac{\partial^2 V_n}{\partial x^2} - (L_{11} + L_{22} - 2L_{21}) \frac{\partial^2 V_c}{\partial x^2} \end{array} \right] \quad (12.2)$$

を得る。

いずれの式においても、電位係数と誘導係数の現れ方の対称性が高いことが特徴である。

### 3. 電位係数と誘導係数の物理

2 導体伝送線路では、後ほど示す(19.1)の単位長さ当たりの自己インダクタンス  $L$  と(19.2)の単位長さ当たりの静電容量  $C$  に対して、後ほど示す(20)の

$$\frac{1}{\sqrt{LC}} = c \quad (13)$$

が成立する。この関係は2 導体伝送線路がマクスウエル方程式を満たすことの証左とされる。

これに対して、3 導体伝送線路では、例えば、(8.1)、(8.2)、(9.1)、(9.2)の式の美しさからして、マクスウエル方程式を満たす証左は電位係数の物理にあることが予想され、実際その通りであることが示される。

#### 3.1 幾何平均距離による電位係数と誘導係数の表式

自己誘導係数及び相互誘導係数はノイマンの公式より、幾何平均距離で与えられる。

$$L_{ji} = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left( \log \frac{2l}{R_{ji}^I} - 1 \right), \quad L_{ji} = \frac{\mu_0}{2\pi} \left( \log \frac{2l}{R_{ji}^I} - 1 \right) \quad (14)$$

ただし、 $R_{ji}^I$  は電流分布に対する幾何平均距離で

$$\log R_{ji}^I = \frac{1}{S_j S_i} \iint \log r_{ji}^I dS_i dS_j \quad (15)$$

で与えられる。

これに対して、今回新たに、電位係数も電荷分布に対する幾何平均距離で与えられることが判明した。

$$P_{ji} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0 l} \left( \log \frac{2l}{R_{ji}^O} - 1 \right), \quad P_{ji} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left( \log \frac{2l}{R_{ji}^O} - 1 \right) \quad (16)$$

$$\log R_{ji}^O = \frac{1}{S_j S_i} \iint \log r_{ji}^O dS_i dS_j \quad (17)$$

#### 3.2 電位係数と誘導係数の比例関係の物理

磁気の(15)の幾何平均距離と電気の(17)の幾何平均距離は、電荷分布と電流分布とが一致する場合には一致すると考えて良い。伝送線路でも両者が一致するとすれば、電位係数は誘導係数に比例し、

$$\sqrt{\frac{P_{ji}}{L_{ji}}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = c \quad (18)$$

が成立し、その比の平方根は光速である。

この関係から2つのことが知られる。1つは、3 導体伝送線路理論を電位係数と誘導係数を用いて構築すると、その理論はマクスウエル方程式を自動的に満たすと考えて良い。2つには、電荷と電流とが時間的に変化する交流では、電気現象と磁気現象とが必ず結合すると考える必要がある。

#### 3.3 電位係数と誘導係数の線路長に対する依存性と連成波動方程式の各項の係数での線路長の相殺

(14)の誘導係数と(16)の電位係数には、伝送線路の長さ  $l$  が対数関数の真数に含まれている。従って、例えば、単位長さ当たりの自己誘導係数は一定値ではなく線路長に依存しており、容易には理解し難い。

しかし、3 導体伝送線路理論では、こうした特性を持つ電位係数や誘導係数が生で現れることはなく、例えば、(8.1)、(8.2)、(9.1)、(9.2)から知られるように、各項の係数は、電位係数や誘導係数の和と差から成り立ち、しかも、和の個数と差の個数とは等しくなっており、従って、対数関数の真数に含まれる線路長は相殺することが分かる。

ここでは、2 導体伝送線路で現れる、単位長さ当たりの自己インダクタンスと静電容量の式を示しておくが、線路長が相殺することは明らかである。

$$L = L_{11} + L_{22} - 2L_{21} = \frac{\mu_0}{2\pi} \log \frac{R_{21}^2}{R_{11}R_{22}} \quad (19.1)$$

$$\frac{1}{C} = P_{11} + P_{22} - 2P_{21} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \log \frac{R_{21}^2}{R_{11}R_{22}} \quad (19.2)$$

さらにここでは、(13)の関係は(18)の関係を満たす電位係数と誘導係数を用いて得られることを示す。

$$\frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{\sqrt{P_{11} + P_{22} - 2P_{21}}}{\sqrt{L_{11} + L_{22} - 2L_{21}}} = c \quad (20)$$

このことから、**2 導体伝送線路理論が電位係数と誘導係数を用いて元々構築されていたならば、3 導体への拡張も容易であったに違いない**と思われる。

### 3.4 誘導係数のみよる連成波動方程式他の表現

第2.6節では電位係数と誘導係数を用いて連成波動方程式が得られることを紹介したが、(18)により電位係数を誘導係数で置き換えることが出来、連成波動方程式は誘導係数のみで表わすことが出来る。

(18)より、(11.1)と(11.2)の行列式の比は

$$\frac{D_p}{D_L} = c^4 \quad (21)$$

となる。

電流に対する連成波動方程式は

$$c^2(L_{11} + L_{22} - 2L_{21})\frac{\partial^2 I_n}{\partial x^2} + c^2\{(L_{11} - L_{22}) - 2(L_{31} - L_{32})\}\frac{\partial^2 I_c}{\partial x^2} \quad (22.1)$$

$$= (L_{11} + L_{22} - 2L_{21})\frac{\partial^2 I_n}{\partial t^2} + \{(L_{11} - L_{22}) - 2(L_{31} - L_{32})\}\frac{\partial^2 I_c}{\partial t^2}$$

$$c^2\{(L_{11} - L_{22}) - 4(L_{31} - L_{32})\}\frac{\partial^2 I_n}{\partial x^2} + c^2\{L_{11} + L_{22} + 2L_{21} - 6(L_{31} + L_{32}) + 8L_{33}\}\frac{\partial^2 I_c}{\partial x^2} \quad (22.2)$$

$$= \{(L_{11} - L_{22}) - 4(L_{31} - L_{32})\}\frac{\partial^2 I_n}{\partial t^2}$$

$$+ \{L_{11} + L_{22} + 2L_{21} - 6(L_{31} + L_{32}) + 8L_{33}\}\frac{\partial^2 I_c}{\partial t^2}$$

を得る。電圧に対する連成波動方程式としては、(21)を(12.1)と(12.2)に代入して、

$$-c^2\{(L_{11} + L_{22} + 2L_{21}) - 6(L_{31} + L_{32}) + 8L_{33}\}\frac{\partial^2 V_n}{\partial t^2} + c^2\{(L_{11} - L_{22}) - 2(L_{31} - L_{32})\}\frac{\partial^2 V_c}{\partial t^2} \quad (23.1)$$

$$= -\{(L_{11} + L_{22} + 2L_{21}) - 6(L_{31} + L_{32}) + 8L_{33}\}\frac{\partial^2 V_n}{\partial x^2}$$

$$+ \{(L_{11} - L_{22}) - 2(L_{31} - L_{32})\}\frac{\partial^2 V_c}{\partial x^2}$$

$$c^2\{(L_{11} - L_{22}) - 4(L_{31} - L_{32})\}\frac{\partial^2 V_n}{\partial t^2} - c^2(L_{11} + L_{22} - 2L_{21})\frac{\partial^2 V_c}{\partial t^2} \quad (23.2)$$

$$= \{(L_{11} - L_{22}) - 4(L_{31} - L_{32})\}\frac{\partial^2 V_n}{\partial x^2} - (L_{11} + L_{22} - 2L_{21})\frac{\partial^2 V_c}{\partial x^2}$$

を得る。

## 4. 回路の配置の対称性と波動方程式

対称性が低い配置の一般的な回路では、複雑な現象が発生する連成波動方程式となる。そこで、回路の配置の対称性が高い場合にはノーマルモードとコモンモードが分離され独立するのに対して、僅かに対称性が崩れた場合には連成波動方程式になることについて検討しておく。

### 4.1 ノーマルモードとコモンモードとが分離され独立する対称性の高い回路配置

1番目と2番目の導体の断面形状が同じで、3番目の導体が、1番目と2番目を底辺とする二等辺三角形の頂点にあるとき、

$$L_{22} = L_{11}, \quad L_{32} = L_{31}, \quad P_{22} = P_{11}, \quad P_{32} = P_{31} \quad (24)$$

が成立する。この場合、回路の配置の対称性が高いので、ノーマルモードとコモンモードとは分離され独立する。ここでは、(8.1)、(8.2)、(9.1)、(9.2)に戻り、(18)を適用した式を示す。

ノーマルモードに対しては、(8.1)、(8.2)より

$$-\frac{\partial V_n}{\partial t} = c^2(L_{11} - L_{21})\frac{\partial I_n}{\partial x}, \quad -\frac{\partial V_n}{\partial x} = (L_{11} - L_{21})\frac{\partial I_n}{\partial t} \quad (25)$$

が成立し、電圧と電流に対する波動方程式は

$$c^2 \frac{\partial^2 I_n}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 I_n}{\partial t^2}, \quad c^2 \frac{\partial^2 V_n}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 V_n}{\partial t^2} \quad (26)$$

となる。(26)より電圧と電流の波動の伝送速度は光速であることが分かり、(25)より、ノーマルモードの特性インピーダンスは

$$Z_{0n} = c(L_{11} - L_{21}) \quad (27)$$

となる。コモンモードに対しても同様の式を得る。

$$-\frac{\partial V_c}{\partial t} = c^2(L_{11} + L_{21} - 6L_{31} + 4L_{33})\frac{\partial I_c}{\partial x} \quad (28.1)$$

$$-\frac{\partial V_c}{\partial x} = (L_{11} + L_{21} - 6L_{31} + 4L_{33})\frac{\partial I_c}{\partial t} \quad (28.2)$$

$$c^2 \frac{\partial^2 I_c}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 I_c}{\partial t^2}, \quad c^2 \frac{\partial^2 V_c}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 V_c}{\partial t^2} \quad (29)$$

$$Z_{0c} = c(L_{11} + L_{21} - 6L_{31} + 4L_{33}) \quad (30)$$

### 4.2 次に対称性が高い場合の連成波動方程式

1番目と2番目の導体の断面形状が同じではあるが、3番目の導体が1番目と2番目を底辺とする二等辺三角形の頂点にはなく対称性が崩れているとき、

$$L_{22} = L_{11}, \quad L_{32} \neq L_{31}, \quad P_{22} = P_{11}, \quad P_{32} \neq P_{31} \quad (31)$$

が成立する。このとき、ノーマルモードとコモンモードとが結合する2つの連成波動方程式が得られる。電流に対しては

$$c^2(L_{11} - L_{21})\frac{\partial^2 I_n}{\partial x^2} - c^2(L_{31} - L_{32})\frac{\partial^2 I_c}{\partial x^2} \quad (31.1)$$

$$= (L_{11} - L_{21})\frac{\partial^2 I_n}{\partial t^2} - (L_{31} - L_{32})\frac{\partial^2 I_c}{\partial t^2}$$

$$-2c^2(L_{31}-L_{32})\frac{\partial^2 I_n}{\partial x^2}+c^2\{(L_{11}+L_{21})-3(L_{31}+L_{32})+4L_{33}\}\frac{\partial^2 I_c}{\partial x^2} \quad (31.2)$$

$$=-2(L_{31}-L_{32})\frac{\partial^2 I_n}{\partial t^2}+\{(L_{11}+L_{21})-3(L_{31}+L_{32})+4L_{33}\}\frac{\partial^2 I_c}{\partial t^2}$$

が得られる。電圧に対しては

$$-c^2\{(L_{11}+L_{21})-3(L_{31}+L_{32})+4L_{33}\}\frac{\partial^2 V_n}{\partial x^2}-c^2(L_{31}-L_{32})\frac{\partial^2 V_c}{\partial x^2} \quad (32.1)$$

$$=-\{(L_{11}+L_{21})-3(L_{31}+L_{32})+4L_{33}\}\frac{\partial^2 V_n}{\partial t^2}-(L_{31}-L_{32})\frac{\partial^2 V_c}{\partial t^2}$$

$$2c^2(L_{31}-L_{32})\frac{\partial^2 V_n}{\partial x^2}+c^2(L_{11}-L_{21})\frac{\partial^2 V_c}{\partial x^2} \quad (32.2)$$

$$=c^2(L_{31}-L_{32})\frac{\partial^2 V_n}{\partial t^2}+(L_{11}-L_{21})\frac{\partial^2 V_c}{\partial t^2}$$

が得られる。

前節の第4.1節に示した場合と比較して、回路配置の対称性が僅かに崩れているだけなのに、ノーマルモードとコモンモードとは結合して連成波動方程式になり、複雑な現象が発生する。

## 5. 議論

3 導体伝送線路に対して、電位係数を用いた重ね合わせの原理と誘導係数を用いた重ね合わせの原理の組み合わせを適用すると、**電気と磁気の双対性が実現されている**と言っても良いほど、対称性の高い式が得られ、コモンモードとノーマルモードとが自然にして合理的に定義される。しかし、そうは言っても、一般的にはコモンモードの波動とノーマルモードの波動とが相互作用する連成波動方程式となっており、複雑な現象が発生する。

その一方で、電位係数は幾何平均距離で表わされることが明らかになり、その結果、各導体の電荷分布と電流分布とが一致すると、電位係数は、元々、幾何平均距離で表わされていた誘導係数に比例し、両者の比の平方根は光速になることが示された。

このことは、電気と磁気とが無関係な現象として発生することはなく、両者はマクスウェル方程式を満たす現象として発生することを意味する。従って、地面を流れるコモンモード電流は、電源の出力線の配線に発生させる「誘導起電力は大きい」ことが

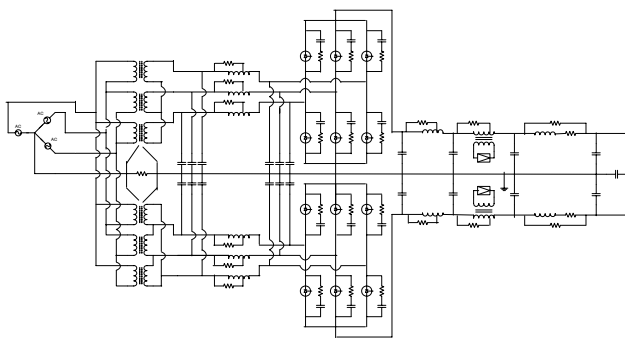


図2 交流系統の機能結合型フィルターと直流出力側の機能結合型フィルター<sup>[2,3]</sup>

明らかになった。

この誘導起電力の大きさは3つの導体からなる回路の幾何学的な配置に依存して定まり、対称性が低い配置ではコモンモードの波動とノーマルモードの波動が相互作用し、複雑な現象が発生する。

これに対して、対称性が高い配置では2つのモードは分離され独立する。このことから、電源に中線を設けて、その周りに対称な電気回路とし、コモンモードフィルターを設ける、図2に示した設計<sup>[1,2,3]</sup>

(前回の年会で発表済み)はコモンモードノイズの低減と抑制に有効であり、直流出力側では確立されている方式<sup>[1,4,5]</sup>の根拠が明らかになった。

回路の配置の対称性を高める上では、「ツイスト線」や「シールド線」は有効であると言える。「ツイスト線」は図1において、1番目と2番目の導体の位置が入れ替わるので、線路に沿っての平均として、2つの導体の3番目の導体に対する位置が対称になると考えられる。「シールド線」では3番目の導体が常に1番目と2番目の導体を取り囲んでいるので対称と考えて良い。しかし、いずれの場合でも、コモンモード電流が低減され抑制される訳ではないので、コモンモードフィルターを不要にするものではない。

ノイズの発生機構として通説の「平衡モード」や「不平衡モード」では「グランドプレーン」の存在を想定する。それは電源や配線と静電容量のみで結合し、そこをコモンモード電流が流れても電源や配線に誘導起電力を発生させないとされている。本研究で、電位係数が誘導係数に比例するというマクスウェル方程式を満たす関係を知ったからには、「グランドプレーン」の存在を認めることは困難であると言えよう。

## 参考文献

- [1] 佐藤健次、“重イオン・シンクロトロン加速装置技術と物理・その1—電源と電気回路としての電磁石負荷：コモン・モード・ノイズとの格闘—”、「加速器」Vol.3, No.1, 2006(10-23)
- [2] 佐藤健次、“交直変換器及び直交変換器の交流系統及び直流系統の静的フィルター及び動的フィルターの新方式の提案”、第4回日本加速器学会年会報告集、2007, 94-96
- [3] 佐藤健次、“交直変換器である電源の交流系統の新方式のフィルターの提案と他の変換器への応用”、「加速器」Vol.4, No.4, 2007(271-28)
- [4] 佐藤健次、“comal mode (コマルモード)の発生機構及び回路理論とベータトロン振動理論の類似と差異”、第8回加速器電源シンポジウム、2005, Dec. 8-9
- [5] K.Sato and H.Toki, “Synchrotron magnet power supply network with normal and common modes including noise filtering”, NIM in Phys. Res., A565(2006)351-357
- [6] 佐藤健次、土岐博、“コモンモードノイズの発生機構”、第9回加速器電源シンポジウム、2008 March, 6-7, Spring-8